

Mémoire

Présenté par : **Rhoulam Younes**

M2 Statistiques, Probabilité et Mathématiques Appliquées

Stage effectué : du 01/04/2017 au 22/09/2017

Sur le thème :

**Développement d'une méthode d'optimisation des formules
alimentaires adaptées à l'alimentation de précision**

Enseignant/tuteur responsable de stage : **Thomas Haberkorn**

Maître de stage : **Léonie Dusart (ITAVI), Bertrand Méda (INRA)**

Soutenu le : 15/09/2017

1 – Résumé

Pour faire face aux enjeux du développement durable, l'aviculture doit repenser ses systèmes d'élevages. Dans ce contexte, la stratégie alimentaire est un levier clé pour améliorer la durabilité des élevages notamment l'optimisation des coûts alimentaires ainsi que la diminution des impacts environnementaux. Ce travail qui s'inscrit dans le cadre du projet européen *Feed a gene* dont le but est d'améliorer les systèmes d'élevages a pour but de modéliser et optimiser de nouvelles approches d'alimentation appelées alimentation de précision et valider ensuite l'intérêt de ces dernières par rapport à l'alimentation actuellement utilisée en élevage. A ce titre, deux stratégies ont été proposées : **1)** l'alimentation avec 2 pré-mélanges dont le but est de combiner 2 pré-mélanges pas forcément complets en proportions journalières différentes. **2)** l'alimentation avec 4 pré-mélanges qui consiste à mélanger avec le même principe 2 pré-mélanges par phase avec la présence d'un pré-mélange commun pour deux phases successives. La formulation des pré-mélanges (dans les 2 stratégies) a nécessité la résolution de problèmes d'optimisation non linéaire (bilinéaires) non convexe. Les résultats montrent que l'alimentation avec 4 pré-mélanges semble être une solution prometteuse. Cette dernière pourrait diminuer le coût alimentaire de **6.4%** par rapport à l'alimentation à 3 phases actuellement utilisée en élevage. Les rejets de phosphore (P) et d'azote (N) pourraient être diminués respectivement de **4.3%** et **10.8%**. De plus, et avec seulement 4 pré-mélanges, elle est presque aussi performante que la meilleure stratégie possible (alimentation à moindre coût à phases journalières) inapplicable en pratique pour des raisons de logistiques et d'entrepôts, (- **6.9%** en coût alimentaire, - **5.7%** en rejet de phosphore (**P**) et - **10.9%** en rejet d'azote (**N**)).

2 – Liste des tableaux

| | | |
|-------------------|---|----|
| Tableau 1 | Prix et composition nutritionnelle des matières premières | 29 |
| Tableau 2 | Contraintes matières premières et totaux matières premières | 30 |
| Tableau 3 | Contraintes nutritionnelles par phase | 30 |
| Tableau 4 | Contraintes nutritionnelles journalières (jours : 10,11 et 47) | 36 |
| Tableau 5 | Taille des problèmes | 43 |
| Tableau 6 | Composition en nutriments des aliments de chaque phase | 48 |
| Tableau 7 | Coût de l'alimentation et (P) et (N) ingérés, retenus et excrétés par poulet pour une alimentation multiphase sans pré-mélanges | 49 |
| Tableau 8 | Coût de l'alimentation et (P) et (N) ingérés, retenus et excrétés par poulet pour une alimentation avec 2 pré-mélanges..... | 57 |
| Tableau 9 | Coût de l'alimentation et (P) et (N) ingérés, retenus et excrétés par poulet pour une alimentation avec 4 pré-mélanges..... | 63 |
| Tableau 10 | Composition en nutriments des matières premières..... | 69 |

3 – Liste des figures

| | | |
|------------------|--|----|
| Figure 1 | Evolution des apports nutritionnels par rapport aux besoins des poulets de chair en protéines avec une alimentation multiphase (3, 10 et journalière)..... | 13 |
| Figure 2 | Evolution des systèmes d'alimentation chez les poulets de chair depuis une stratégie avec un aliment (a), jusqu'à l'alimentation de précision utilisant 4 pré-mélanges (e) en passant par une alimentation par phases (b) et (c) ou une alimentation de précision utilisant 2 pré-mélanges (d) | 17 |
| Figure 3 | Evolution des contraintes (min) journalières et par phase pour le nutriment protéines | 26 |
| Figure 4 | Evolution des contraintes journalières (min et max) pour le nutriment protéines..... | 35 |
| Figure 5 | Composition en matières premières des aliments correspondants à chaque phase..... | 48 |
| Figure 6 | Evolution des coûts d'alimentation en utilisant une formulation à moindre coût sans pré-mélanges (à phase journalière et à 3 phases) | 50 |
| Figure 7 | Evolution des nutriments (énergie, protéines et lysine) dans les aliments à fabriquer par rapport aux besoins des animaux en utilisant une formulation à moindre coût journalière et à 3 phases | 52 |
| Figure 8 | Composition en matières premières des 2 pré-mélanges A et B ((a),(b)) et les proportions journaliers à utiliser de chacun (c) pendant la période d'élevage considérée | 53 |
| Figure 9 | Evolution des nutriments pendant la période d'élevage en utilisant une alimentation avec 2 pré-mélanges | 56 |
| Figure 10 | Evolution du nutriment thréonine en utilisant une alimentation avec 2 pré-mélanges..... | 58 |
| Figure 11 | Composition en matières premières des aliments (a,b,c,d)en utilisant une alimentation avec 4 pré-mélanges et les proportions (e) à utiliser chaque jour de chacun des pré-mélanges..... | 60 |
| Figure 12 | Evolution des nutriments pendant la période d'élevage en utilisant une alimentation avec 4 pré-mélanges | 62 |
| Figure 13 | Evolution des nutriments énergie et protéines en utilisant une alimentation à 3 phases, avec 2 pré-mélanges et avec 4 pré-mélanges | 64 |
| Figure 14 | Comparaison des coûts alimentaires et des rejets de phosphore (P) et d'azote (N) pour les différentes stratégies étudiées | 66 |

4 – Liste des abréviations

-C-

| | |
|------------------------------|---|
| CA | <i>Coût Alimentaire.</i> |
| C.Céréales | <i>Contraintes de Céréales.</i> |
| C.Huiles | <i>Contraintes des Huiles</i> |
| C.Colza | <i>Contraintes de colza</i> |
| C.Issues de céréales | <i>Contraintes issues de céréales</i> |
| C.Tourteaux tournesol | <i>Contraintes tourteaux de tournesol</i> |

-E-

| | |
|-----------|-------------------------------|
| EM | <i>Energie Métabolisable.</i> |
|-----------|-------------------------------|

-G-

| | |
|------------|---|
| g | <i>Grammes.</i> |
| GIS | <i>Groupement d'Intérêt Scientifique.</i> |

-I-

| | |
|-------------------------|--|
| ITAB | <i>Institut Technique de l'Agriculture Biologique.</i> |
| INRA | <i>Institut National de Recherche Agronomique.</i> |
| ITAVI | <i>Institut Technique d'AViculture.</i> |
| I_k | <i>Consommation au jour k.</i> |

-J-

| | |
|----------|--------------|
| j | <i>Jour.</i> |
|----------|--------------|

-K-

| | |
|-------------|----------------------|
| kcal | <i>Kilocalories.</i> |
| kg | <i>Kilogrammes.</i> |

-L-

LY *Lysine.*

-M-

MAT *Matière Azotée Totale=Protéines.*

METD *Méthionine.*

M *L'ensemble des matières premières.*

MP *Matière Première.*

M_{kh} *Le sous ensemble h de M contenant k matières premières.*

-N-

N *L'ensemble des nutriments.*

$N_{ing,k}$ *L'azote ingéré le jour k.*

$N_{ret,k}$ *L'azote retenu le jour k.*

$N_{exc,k}$ *L'azote excrété le jour k.*

-P-

PFS_S *Problème de Formulation Simple (une Seule phase).*

PFS_P(p) *Problème de Formulation Simple pour la Phase p.*

PFP_2P *Problème de Formulation avec 2 pré-mélanges.*

PFP_4P *Problème de Formulation avec 4 pré-mélanges.*

PE *Période d'Élevage.*

$P_{ing,k}$ *Le phosphore ingéré le jour k.*

$P_{ret,k}$ *Le phosphore retenu le jour k.*

$P_{exc,k}$ *Le phosphore excrété le jour k.*

-S-

S_{in} *La proportion (%) du nutriment n dans la matière première i.*

-Z-

Z *La fonction objectif.*

5 - Remerciements

A l'issue de ce stage, je tiens à remercier toute personne ayant contribué à la réalisation de ma mission.

Plus particulièrement, je remercie :

Léonie Dusart, ingénieur à l'ITAVI, et **Bertrand Méda**, ingénieur de recherche à l'INRA, et maîtres de stage, pour leur encadrement, leurs conseils et le temps qu'ils m'ont accordés durant mon stage.

Thomas Haberkorn, enseignant à l'université d'Orléans et tuteur de stage, pour l'encadrement de mon stage, ses conseils et son suivi régulier de l'avancement de mon projet.

Mounir Haddou, enseignant à l'INSA de Rennes, **Emilie Joannopoulos**, thésarde en co-tutelle entre l'INSA de Rennes et l'Université de Sherbrooke (Canada), pour leur aide et leurs conseils pour la réalisation de cette mission.

Je remercie également toute **l'équipe Dynamiques Nutritionnelles de l'Unité de Recherches Avicoles** pour son accueil chaleureux, sa sympathie et sa collaboration.

6 – SOMMAIRE

Table des matières

| | |
|--|----|
| 1 – Résumé..... | 2 |
| 2 – Liste des tableaux..... | 3 |
| 3 – Liste des figures..... | 4 |
| 4 – Liste des abréviations..... | 5 |
| 5 – Remerciements | 7 |
| 6 – SOMMAIRE | 8 |
| 7 – Organismes de Stage..... | 10 |
| 8 – Introduction & Objectifs de stage | 11 |
| 9 - Etude Bibliographique..... | 13 |
| 9-1 Stratégie alimentaire actuelle en élevage de poulets de chair | 13 |
| 9-2 Evolution des systèmes d'alimentation | 14 |
| 9-2-1 Définitions..... | 14 |
| 9-2-2 Systèmes d'alimentation | 14 |
| 9-3 Alimentation de précision | 18 |
| 9-3-1 Définition | 18 |
| 9-3-2 Passage d'une alimentation multiphase à une alimentation de précision | 18 |
| 9-4 Conclusion de l'étude bibliographique | 19 |
| 10 - Matériels et méthodes..... | 20 |
| 10-1 Formulation simple à moindre coût..... | 20 |
| 10-1-1 Formulation d'un aliment (Modèle général) | 20 |
| 10-1-2 Formulation par phases (Témoin)..... | 25 |
| 10-2 Formulation avec pré-mélanges | 34 |
| 10-2-1 Besoins journaliers..... | 35 |
| 10-2-2 Formulation avec 2 pré-mélanges | 36 |
| 10-2-3 Formulation avec 4 pré-mélanges | 39 |
| 10-3 Nature des problèmes et solveurs utilisés | 43 |
| 10-4 Indicateurs retenus pour comparer les différentes stratégies alimentaires | 45 |
| 11 - Résultats : Comparaison et discussion | 47 |
| 11-1 Formulation par phase | 47 |
| 11-1-1 Composition en matières premières et nutriments | 48 |
| 11-1-2 Coût alimentaire et impacts environnementaux..... | 49 |
| 11-2 Formulation avec pré-mélanges | 52 |
| 11-2-1 Formulation avec 2 pré-mélanges | 52 |

| | |
|--|----|
| 11-2-2 Formulation avec 4 pré-mélanges | 59 |
| 11-3 Comparaison des différentes stratégies alimentaires | 63 |
| Conclusion | 67 |
| Bibliographie | 68 |
| Annexe 1 | 69 |

7 – Organismes de Stage

Fondé en 1946, l'Institut National de Recherche Agronomique (INRA) est un organisme public sous tutelle des Ministères de la Recherche et de l'Agriculture. Il compte 18 centres régionaux, dont le centre Centre-Val de Loire, auquel appartient l'Unité de Recherche Avicoles, basée à Nouzilly, en Indre-et-Loire. L'URA est composée d'une cinquantaine d'agents titulaires, répartis en 4 équipes de recherche qui développe des travaux sur la nutrition, le métabolisme, la qualité des produits (œufs et viandes) et l'évaluation et la conception de systèmes d'élevage innovants.

Créé en 1968, l'Institut Technique de l'Aviculture (ITAVI) est un organisme spécialisé dans le développement et la recherche dans les filières avicole, cunicole et piscicole sur des thématiques qui vont de l'économie au bien-être animal, en passant par l'environnement, la qualité des produits et les bâtiments d'élevage. Conventionné par le Ministère de l'Agriculture, l'institut compte 8 implantations régionales, et réalise avec une trentaine d'ingénieurs et 3 techniciens, des missions pour apporter aux éleveurs et plus globalement l'ensemble des filières, les références, les éléments scientifiques, techniques et économiques et le savoir-faire permettant d'améliorer la durabilité de la production.

8 – Introduction & Objectifs de stage

En élevage commercial, l'aliment représente environ **60%** du coût de production d'un kilogramme de poulet vif (**F.Morinière ITAB**). En effet, il est déterminant pour les performances zootechniques (poids, indice de consommation) et donc les performances économiques de l'élevage. Il contribue également à un grand nombre d'impacts environnementaux comme le changement climatique ou l'eutrophisation. Ces impacts sont liés aux rejets d'azote (**N**) et de phosphore (**P**) dans les déjections, mais également aux pratiques pour la production des matières premières utilisées dans l'aliment. Il est donc primordial de chercher des méthodes pour nourrir à moindre coût les poulets de chair, tout en veillant à satisfaire leurs besoins nutritionnels et en minimisant les effets environnementaux associés à la production des aliments et à leur utilisation par les animaux (rejets).

Actuellement, chez le poulet de chair, les plans d'alimentation sont constitués de 3 à 4 aliments successivement distribués aux animaux au cours de l'élevage. Des études chez le porc ont montré que l'augmentation du nombre de phases dans les régimes alimentaires permet de diminuer les coûts liés à l'alimentation et de réduire les rejets d'azote et de phosphore, tout en maintenant les performances zootechniques des animaux (**Letourneau Montminy et al 2005**). Toutefois, pour des raisons d'ordre logistique (nombre de silos disponibles sur l'élevage, fréquence de livraison des aliments,...), le nombre de phases reste en pratique limité (4 au plus en poulet de chair). De plus, la composition de ces aliments est définie à l'avance et ne peut plus être ajustée en cours de lot en fonction des performances réelles des animaux.

Une solution envisagée pour améliorer l'adéquation entre les apports alimentaires et les besoins des animaux réside dans l'alimentation dite de «précision». Cette approche permettrait ainsi d'ajuster la composition nutritionnelle de l'aliment en dynamique pour l'adapter aux besoins réels des animaux. Dans ce contexte, l'Union Européenne finance depuis 2015 le projet de recherche *Feed-a-Gene* (2015-2020 ; 23 partenaires de 9 pays). Il a pour objectif «d'adapter l'aliment, l'animal et les techniques d'alimentation pour améliorer l'efficacité et la durabilité des systèmes d'élevage de monogastriques (porcs, volailles, lapins)». Cela passe, entre autres, par le développement de stratégies d'alimentation dite de précision. Cela dans le but d'améliorer l'efficacité alimentaire des animaux tout en maintenant la qualité des produits et en réduisant les conséquences négatives sur le coût de production et les impacts environnementaux.

Ce stage de fin d'études, co-encadré par l'Institut National de Recherche Agronomique (**INRA**) et l'Institut Technique d'Aviculture (**ITAVI**) et financé par **GIS** << Elevage Demain >>, porte sur le développement d'une méthode d'optimisation des formules alimentaires

adaptées à l'alimentation de précision et s'inscrit dans le cadre du projet *Feed-a-Gen*. Il avait pour objectif de **1)** modéliser les problèmes et identifier les modèles mathématiques correspondants **2)** implémenter informatiquement les modèles **3)** résoudre numériquement les problèmes **4)** analyser et comparer les résultats et leurs effets sur différents indicateurs (coût alimentaire, composition de l'aliment en matières premières et nutriments, rejets).

Ce rapport présente, dans une première partie, une synthèse bibliographique sur l'alimentation des volailles (stratégies actuelles et approche « de précision »). La méthodologie développée pour la formulation des aliments « classiques » et des pré-mélanges pour l'alimentation de précision sera ensuite décrite. Les modèles décrits seront ensuite appliqués spécifiquement au poulet de chair. Enfin, les différents résultats des simulations effectuées pour chacun des modèles seront présentés et discutés pour ensuite valider l'intérêt économique et environnemental des nouvelles stratégies alimentaires « de précision ».

9 - Etude Bibliographique

9-1 Stratégie alimentaire actuelle en élevage de poulets de chair

Actuellement, en pratique, l'alimentation multiphase est la stratégie alimentaire utilisée en poulet de chair (**Andretta et al., 2015**). Les plans d'alimentation sont donc généralement divisés en 3-4 phases (démarrage, croissance, finition et retrait éventuel) durant plusieurs jours (une dizaine) (**Buteri et al., 2009**). A chacune de ces phases correspond un aliment particulier avec des niveaux de nutriments optimisant les performances des animaux selon leur âge (**Frost et al., 2003 ; Andretta et al., 2015 ; Hauschild et al., 2015**). La composition des aliments et les âges aux transitions alimentaires sont définis à l'avance suivant les besoins moyens des animaux pour chaque phase d'alimentation. Elle ne peut donc pas être ajustée au jour le jour pour suivre l'évolution continue des besoins des animaux. Ceci induit que, durant les différentes phases d'alimentation, la quantité de nutriments apportés par la ration est en excès par rapport aux besoins des animaux (**Buteri et al., 2009 ; Hauschild & al., 2014**) comme le montre la **Figure 1**.

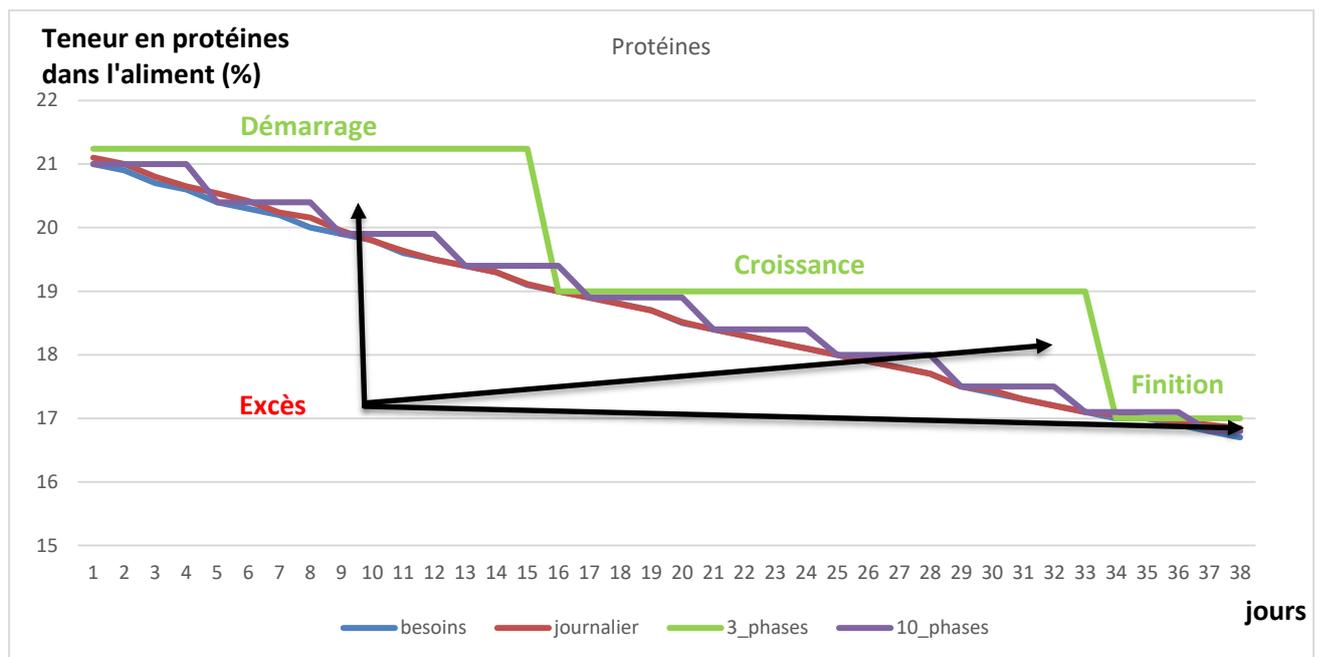


FIGURE 1 Evolution des apports nutritionnels par rapport aux besoins des poulets de chair en protéines avec une alimentation multiphase (3, 10 et journalière)

Ce déséquilibre entre les apports et les besoins nutritionnels a des conséquences négatives sur le coût de production (distribution de nutriments non valorisés par l'animal) et sur l'environnement (ces nutriments non valorisés sont excrétés et peuvent se retrouver ensuite dans le milieu naturel, en quantités trop importante, entraînant par exemple le phénomène

bien connus d'algues vertes). A l'inverse, si les besoins des animaux sont mal estimés, les besoins peuvent ne pas être totalement couverts par l'aliment, avec également des conséquences négatives sur les performances zootechniques (diminution de la vitesse de croissance et augmentation de l'indice de consommation) et augmentation des coûts et des rejets.

Selon **Buteri et al. (2009)**, l'une des solutions à ce problème est l'augmentation du nombre de phases et donc du nombre de régimes dans les plans d'alimentation destinés aux poulets de chair.

9-2 Evolution des systèmes d'alimentation

9-2-1 Définitions

+ **Une formulation** est un calcul qui permet de décider de la proportion à utiliser de chaque matière première utilisée afin de composer un aliment équilibré.

+ **Un aliment** est un mélange complet d'ingrédients (matières premières et additifs) disponibles et digestibles utilisés à des fins de subsistance et de croissance. Un aliment évolue normalement dans le temps pour satisfaire les besoins nutritionnels. Il est donc nécessaire d'identifier ces besoins. De plus, de façon générale, le facteur "coût" d'un aliment est important. En effet, c'est habituellement le principal critère de sélection d'un aliment optimal parmi un ensemble d'aliments satisfaisant les besoins.

+ **Un besoin** est tout ce qu'il faut fournir à l'animal pour répondre à certains objectifs de production (croissance) ainsi que des nécessités d'entretien (activité physique, extra-chaaleur). Le besoin n'est pas universel et dépend notamment des objectifs de production (maximisation de la croissance, le rendement d'un muscle, la qualité des os ...).

+ **Un pré-mélange** est un mélange d'une ou plusieurs matières premières. C'est un aliment qui n'est pas forcément complet et donc généralement il ne peut être distribué seul aux animaux car il ne répond pas forcément à leurs besoins. Par ailleurs, un mélange de 2 pré-mélanges ou plus peut produire un aliment complet.

9-2-2 Systèmes d'alimentation

Dans ce qui suit, nous considérerons le problème de formulation d'un aliment à moindre coût pour le problème du poulet de chair sur une partie de sa période d'élevage **PE={10 → 47 jours}**. Nous identifierons les besoins de l'animal, donnerons les conditions que

doit satisfaire un aliment pour qu'il soit réalisable et présenterons des stratégies de formulations.

La formulation d'un aliment à moindre coût est aujourd'hui un exemple classique de problème de modélisation mathématique. Le modèle qui permet de trouver un mélange alimentaire à moindre coût qui satisfait des besoins nutritionnels est un problème de programmation linéaire et peut être, aujourd'hui, résolu facilement. Il apparaît sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathit{Min}_x f(x) \\ \text{s.c} \\ x \in S \end{array} \right.$$

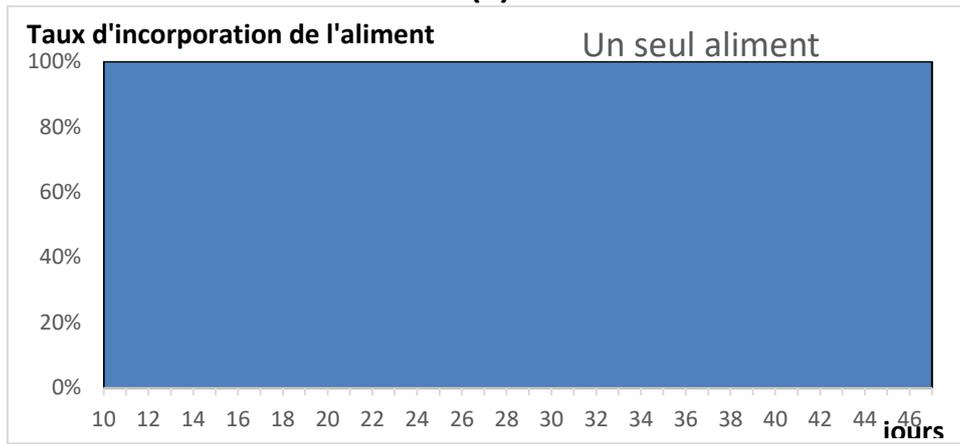
Avec :

- + **f(x)** est la fonction à minimiser appelée fonction objectif.
- + **S** représente l'ensemble des contraintes que doit vérifier la

solution.

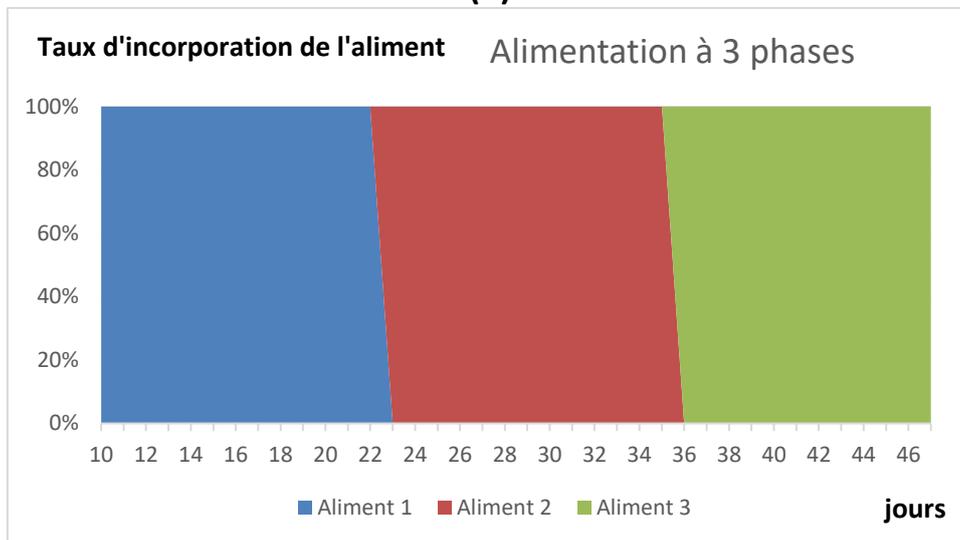
L'évolution des systèmes d'alimentation chez les poulets de chair est passée de la distribution d'un seul aliment pendant toute la période d'élevage à une distribution par phase (un aliment par phase) actuellement utilisée en élevage. Cependant, les besoins des animaux changent quotidiennement, il est donc normal de chercher à fournir aux animaux des aliments différents de façon journalière afin d'ajuster mieux les apports nutritionnels par rapport aux besoins tout en diminuant le coût alimentaire ainsi que les impacts environnementaux. Pour cela, deux nouvelles stratégies alimentaires sont proposées et étudiées dans ce rapport à savoir une formulation avec 2 pré-mélanges et une formulation avec 4 pré-mélanges (**Figure 2**).

(a)



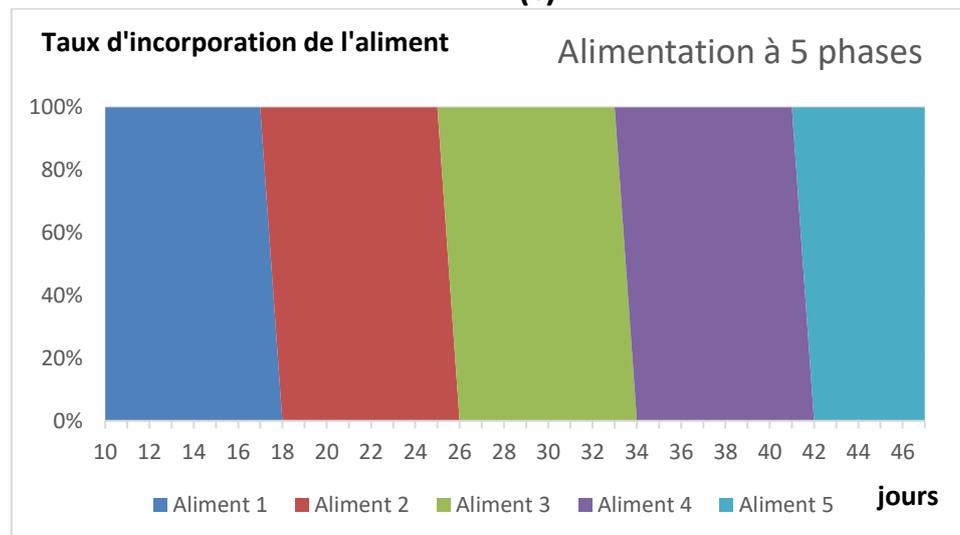
Un seul aliment distribué.

(b)



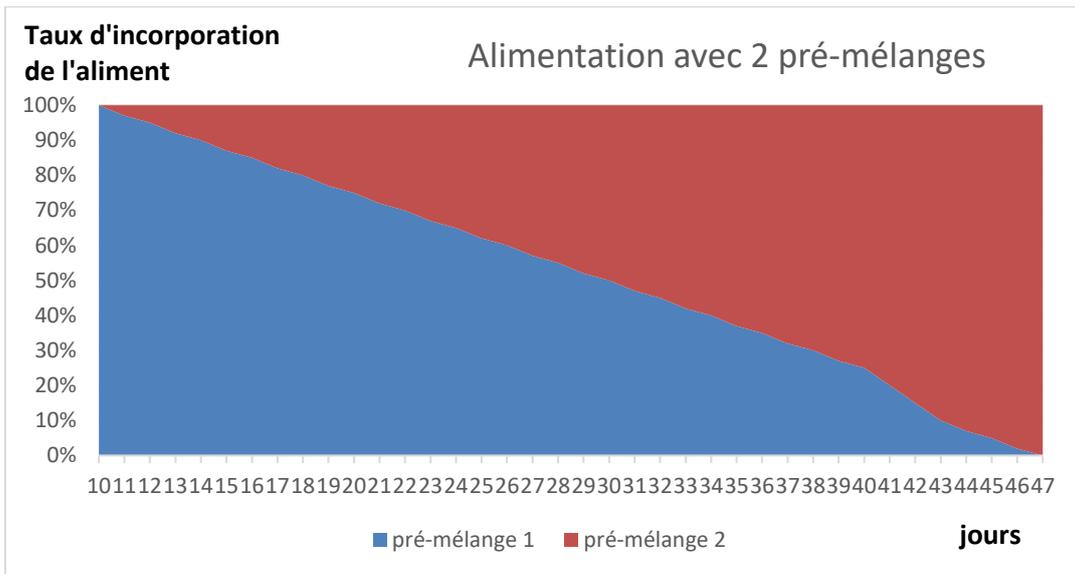
Un seul aliment distribué durant chaque phase pendant la période d'élevage (3 phases).

(c)



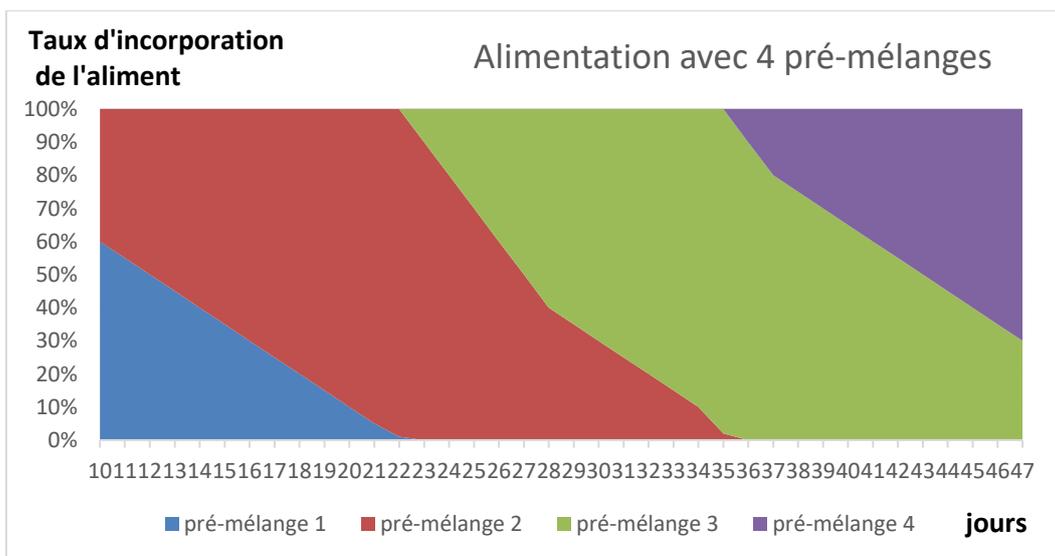
Multiphase poussé (5 phases).

(d)



Mélange de 2 pré-mélanges à proportions journalières différentes sous la forme: $\alpha A + (1 - \alpha) B$ avec α la proportion à utiliser du pré-mélange A.

(e)



Formulation avec 4 pré-mélanges dont on mélangera 2 dans chaque phase sous la forme $\alpha^*(\text{pré-mélange 1}) + (1-\alpha^*)(\text{pré-mélange 2})$ avec la présence d'un unique pré-mélange commun pour deux phases successives.

FIGURE 2 Evolution des systèmes d'alimentation chez les poulets de chair depuis une stratégie avec un aliment (a), jusqu'à l'alimentation de précision utilisant 4 pré-mélanges (e) en passant par une alimentation par phases (b) et (c) ou une alimentation de précision utilisant 2 pré-mélanges (d)

Généralement, le schéma **(b)** présenté dans la **Figure 2** est celui utilisé actuellement pour élever les poulets de chair. Il a déjà été évoqué que cette dernière technique utilisée a des limites dans la maîtrise du coût alimentaire et des impacts environnementaux. Par ailleurs les nouvelles stratégies développées dans cette étude sont celles présentées par les schémas **(d)** et **(e)** de la **Figure 2**. La première (formulation avec 2 pré-mélanges) consiste à fabriquer 2 pré-mélanges qu'on peut mélanger à des proportions journalières différentes afin de produire des aliments journaliers complets qu'on peut distribuer aux animaux. D'autre part, la deuxième stratégie (formulation avec 4 pré-mélanges) consiste à fabriquer 4 pré-mélanges complémentaires 2 à 2 dont on en mélangera 2 dans chaque phase avec la présence d'un unique pré-mélange commun pour 2 phases successives (*Hauschild et al., 2015, Joannopoulos et al., 2016*). Le but de ces deux dernières stratégies est d'avoir un aliment adapté par jour pendant toute la période d'élevage qui permettra d'ajuster mieux les apports nutritionnels par rapport aux besoins des animaux sans excès, ni carence.

9-3 Alimentation de précision

9-3-1 Définition

L'alimentation de précision est une démarche nutritionnelle alternative aux programmes d'alimentation par phases actuellement utilisés en élevage, elle permet de fournir à chaque lot d'animaux un aliment journalier ajustant mieux les apports nutritionnels par rapport aux besoins (*Pomar et al., 2009*).

Parmi les implications sur le terrain que nécessite l'application de cette stratégie alimentaire, on trouve : la connaissance des besoins des animaux (énergie, protéines, acides aminés, etc.) en fonction des objectifs fixés, de leur sexe, leur âge, etc.

L'objectif principal de l'alimentation de précision est de pouvoir répondre, avec justesse sur un pas de temps donné relativement court (journalier, horaire), aux besoins des animaux dans le but de réduire le coût alimentaire et les rejets dans l'environnement (principalement l'azote **(N)** et le phosphore **(P)**). Il est donc nécessaire de déterminer de façon continue les besoins nutritionnels des animaux en fonction de l'évolution de leur poids, de leur gain de poids et de leur consommation d'aliment.

9-3-2 Passage d'une alimentation multiphase à une alimentation de précision

Différents travaux, menés sur des porcs, ont démontré que des programmes d'alimentation composés de plus de 9 phases n'ont pas d'impact négatif voire améliorent les performances zootechniques et diminuent l'ingestion d'azote (N) et de phosphore (P) et donc l'excrétion

de ces derniers (*Gutierrez et al., 2008 ; Buteri et al., 2009 ; Tolimir et al., 2010 ; Hauschild & al, 2014*).

Idéalement, la composition de l'aliment devrait varier chaque jour, voire chaque heure, car les besoins des animaux changent en permanence (*Frost et al., 2003 ; Buteri et al., 2009*) (**Figure 1**) . Cependant, cela reste encore difficile à mettre en pratique d'un point de vue technique et logistique dans des conditions commerciales (gestion d'un grand nombre de formules par le fabricant d'aliment, nombre de silos disponibles pour le stockage des aliments, fréquence de livraison des aliments...).

L'idée de *Pomar et al* était donc de développer un système d'alimentation à partir du mélange de différents pré-mélanges, ce qui permet de réduire de façon conséquente le nombre d'aliments à gérer. Les pré-mélanges ont des caractéristiques nutritionnelles différentes mais complémentaires, qui répondent avec précision aux besoins nutritionnels des animaux. Pour des raisons d'entreposage, on mélangera, à un instant t, 2 pré-mélanges A et B qui correspondent au nombre de silos (le plus souvent) disponibles en élevage et distribuer ensuite à l'animal un aliment de la forme $\alpha A + (1-\alpha) B$ avec α variable pour chaque jour et est exprimé en %. Par ailleurs, la 2^{ème} stratégie concernant la formulation avec 4 pré-mélanges consiste à mélanger 2 pré-mélanges par phase avec la présence d'un pré-mélange commun pour 2 phases successives et donc distribuer par exemple pour une période d'élevage réparti en 3 phases un aliment de la forme $\alpha_1 A + (1-\alpha_1) B$ (1^{ère} phase), ensuite $\alpha_2 B + (1-\alpha_2) D$ (2^{ème} phase) et finalement $\alpha_3 D + (1-\alpha_3) E$ (3^{ème} phase) avec α_1, α_2 et α_3 varient de façon journalière et sont exprimés en % (*Joannopoulos et al. 2016*).

9-4 Conclusion de l'étude bibliographique

Face aux enjeux économiques et environnementaux auxquels doit faire face la filière avicole, l'alimentation de précision, de par sa définition et les principes sur lesquels elle repose, semble être une solution prometteuse pour diminuer le coût alimentaire et les rejets des élevages dans l'environnement. Les avantages d'une telle démarche alimentaire ont été démontrés à travers différents travaux chez le porc.

D'après certains auteurs *Pomar et al (2009)*, une des solutions est le développement d'un système d'alimentation à partir du mélange de deux pré-mélanges, avec des caractéristiques nutritionnelles différentes et complémentaires, qui répond avec précision aux besoins nutritionnels des animaux. Les questions qui se posent simultanément sont alors : Comment peut-on déterminer les taux d'incorporation des matières premières qui constituent les 2 pré-mélanges, voire les 4 pré-mélanges ? Comment déterminer la proportion à mélanger chaque jour de chacun des 2 pré-mélanges pour avoir l'aliment complet du jour ? tout cela en minimisant le coût alimentaire.

10 - Matériels et méthodes

10-1 Formulation simple à moindre coût

La formulation consiste à déterminer la composition en matières premières d'un aliment complet à partir de l'ensemble des matières premières utilisées de façon à satisfaire les besoins des animaux en nutriments.

On parle de la formulation simple à moindre coût car parmi l'ensemble des solutions, la formule la moins chère est retenue.

Comme exemples de matières premières, on peut trouver: blé tendre, maïs, tourteaux, et comme nutriments : protéines, énergie, calcium, etc.

Avant de formuler un aliment, il faut d'abord :

- Déterminer la composition en nutriments des matières premières : comme par exemple combien il y a d'énergie dans le blé. (Tables de composition et de valeur nutritives des matières premières destinées aux animaux d'élevage (**INRA, AFZ, 2002**)).
- Définir les contraintes d'incorporation matières premières : c'est-à-dire le minimum et le maximum que doit vérifier chacune des matières premières dans l'aliment à formuler. (Données issues d'une consultation auprès des professionnels de l'alimentation animale).
- Définir les contraintes nutritionnelles de la formulation. Ces données sont issues d'un modèle prédictif qui simule les besoins journaliers des poulets de chair pendant leur période d'élevage. Ces besoins simulés sont ensuite fixés comme étant des minimums du taux d'incorporation des nutriments dans l'aliment à formuler. Les maximums sont définis par les minimums plus une marge fixe liée à chaque nutriment.
- Définir la fonction objectif et la minimiser.

10-1-1 Formulation d'un aliment (Modèle général)

Supposons que nous disposons de **m** matières premières pour formuler un aliment.

Notons x_i la quantité (en **kg (MP)/ kg (aliment)**) de la *i* ème matière première dans l'aliment pour $i \in \{1, \dots, m\}$. Ainsi, $x = (x_i)$, avec $i = 1, \dots, m \in \mathbf{R}^m$ est le vecteur «composition de l'aliment».

Notons c_i le coût unitaire (en **€/kg (MP)**) de la *i* ème matière première. Ainsi, $c = (c_i)$, avec $i = 1, \dots, m \in \mathbf{R}^m$ est le vecteur coût.

Le coût de l'aliment est noté **Z (€/kg)** et défini par l'expression suivante :

$$Z = cx = \sum_{i=1}^m c_i x_i$$

Dans notre cas, **Z** constitue la fonction objectif.

Notre but est de minimiser cette fonction objectif sous certaines contraintes liées :

- Aux besoins des animaux, par exemple en protéines et en énergie métabolisable (contraintes nutritionnelles).
- Aux contraintes technologiques et autres (contraintes matières premières/ totaux matières premières).

Les besoins nutritionnels des animaux peuvent être traduits dans le modèle mathématique à développer sous forme de contraintes vérifiant des maximums et des minimums, et s'écrivent donc sous la forme suivante :

Contraintes nutritionnelles :

$$FS_{NL_n} \leq \sum_{i=1}^m S_{in} x_i \leq FS_{NU_n} \quad \forall n \in N \quad \forall i \in M$$

Avec :

M : L'ensemble des matières premières.

N : l'ensemble des nutriments.

S_{in} (kcal/kg (MP)): la quantité du nutriment **n=EM** dans la matière première **i**.

S_{in} (g/kg (MP)): la quantité du nutriment **n** dans la matière première **i** $\forall n \in N \setminus \{EM\}$.

FS_{NL_n} (kcal/kg (aliment)): la quantité minimale du nutriment **n=EM** dans l'aliment.

FS_{NU_n} (kcal/kg (aliment)): la quantité maximale du nutriment **n=EM** dans l'aliment.

FS_{NL_n} (g/kg (aliment)): la quantité minimale du nutriment **n** dans l'aliment.

FS_{NU_n} (g/kg (aliment)): la quantité maximale du nutriment **n** dans l'aliment.

Sur les contraintes nutritionnelles s'ajoutent des contraintes matières premières et totaux matières premières.

Contraintes matières premières :

Elles doivent vérifier :

$$FS_{ML_i} \leq x_i \leq FS_{MU_i} \quad \forall i \in M$$

Avec :

FS_{ML_i} (kg (MP)/kg (aliment)): la quantité minimale de la matière première **i**.

FS_{MU_i} (kg (MP)/kg (aliment)): la quantité maximale de la matière première **i**.

Contraintes totaux matières premières :

Notons **H** le nombre des sous-ensembles de l'ensemble des matières premières **M**, et **M_k** le sous ensemble de **M** contenant **k** matières premières avec $2 \leq k \leq m-1$.

Les contraintes totaux matières premières doivent vérifier :

$$FS_{TL_h} \leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i \leq FS_{TU_h} \quad \forall h \in \{1, \dots, H\}$$

Avec :

M_{kh}: le sous ensemble **h** de **M** contenant **k** matières premières.

FS_{TL_h} (kg (MP)/kg (aliment)): la quantité minimale de la somme des matières premières constituant le sous ensemble **h** de **M**.

FS_{TU_h} (kg (MP)/kg (aliment)): la quantité maximale de la somme des matières premières constituant le sous ensemble **h** de **M**.

Et comme on veut que notre aliment formulé pèse **1 kg** alors on a la contrainte suivante :

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

En tenant compte des besoins nutritionnels des animaux ainsi que les contraintes technologiques et autres, nous pouvons définir l'ensemble des contraintes qu'on note **S**.

Un aliment $x \in R^m$ est dit réalisable, c'est-à-dire $x \in S$, si et seulement si toutes les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\mathbf{S} \left\{ \begin{array}{l}
 \mathbf{FS_NL}_n \leq \sum_{i=1}^m \mathbf{S}_{in} x_i \leq \mathbf{FS_NU}_n \quad \forall n \in \mathbf{N} \quad \forall i \in \mathbf{M} \\
 \mathbf{FS_ML}_i \leq x_i \leq \mathbf{FS_MU}_i \quad \forall i \in \mathbf{M} \\
 \mathbf{FS_TL}_h \leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i \leq \mathbf{FS_TU}_h \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \\
 \sum_{i=1}^m x_i = 1
 \end{array} \right.$$

Le modèle de la formulation simple à moindre coût pour un aliment apparaît donc sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \mathbf{Min}_x \mathbf{Z} = \sum_{i=1}^m (c_i x_i) \\
 \text{s.c} \\
 x \in \mathbf{S}
 \end{array} \right.$$

A partir de maintenant, et pour des raisons de simplicité pour les formulateurs des aliments, on transformera les unités de toutes les variables considérées dans le modèle en pourcentages sauf pour la variable **n** «**EM**» (qui n'est pas exprimée en masse et donc elle ne peut être transformée) en considérant que : **1 kg (aliment)** représente **100 %**. Et donc au lieu de parler de :

- la quantité de la matière première dans l'aliment, on parlera de la proportion de la matière première dans l'aliment.
- la quantité minimale/maximale de la matière première (resp du nutriment) dans l'aliment, on parlera de la teneur minimale/maximale de la matière première (resp du nutriment) dans l'aliment.
- la quantité du nutriment dans la matière première, on parlera de la proportion du nutriment dans la matière première.

Les variables utilisées dans le modèle présenté au-dessus seront exprimées alors de la façon suivante :

x_i : la proportion (%) de la matière première **i** dans l'aliment à formuler.

S_{in} : la proportion (%) du nutriment **n** dans la matière première **i**.

FS_NL_n : la teneur minimale du nutriment **n** dans l'aliment à formuler (en %).

FS_NU_n : la teneur maximale du nutriment **n** dans l'aliment à formuler (en %).

FS_ML_i : la teneur minimale de la matière première **i** dans l'aliment à formuler (en %).

FS_MU_i : la teneur maximale de la matière première i dans l'aliment à formuler (en %).

FS_TL_h : la teneur minimale du sous ensemble h de M dans l'aliment à formuler (en %).

FS_TU_h : la teneur maximale du sous ensemble h de M dans l'aliment à formuler (en %).

Comme x_i représente la proportion de la matière première i dans l'aliment à formuler alors $\sum_{i=1}^m x_i = 100\%$.

Pour le nutriment $n = \text{« EM »}$, les variables seront exprimées comme suit :

S_{in} : la quantité du nutriment n dans la matière première i (en kcal/kg (MP)).

FS_NL_n : la teneur minimale du nutriment n dans l'aliment à formuler (en kcal/kg (aliment)).

FS_NU_n : la teneur maximale du nutriment n dans l'aliment à formuler (en kcal/kg (aliment)).

Finalement, l'ensemble des contraintes S apparaît sous la forme suivante :

$$S \left\{ \begin{array}{l} FS_NL_n \leq \sum_{i=1}^m S_{in} x_i \leq FS_NU_n \quad \forall n \in N \quad \forall i \in M \\ FS_ML_i \leq x_i \leq FS_MU_i \quad \forall i \in M \\ FS_TL_h \leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i \leq FS_TU_h \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \\ \sum_{i=1}^m x_i = 100\% \end{array} \right.$$

Le modèle de la formulation simple à moindre coût pour un aliment apparaît donc sous la forme suivante :

$$PFS_S \left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_x Z = \sum_{i=1}^m (c_i x_i) \\ \text{s.c} \\ FS_NL_n \leq \sum_{i=1}^m S_{in} x_i \leq FS_NU_n \quad \forall n \in N \quad \forall i \in M \\ FS_ML_i \leq x_i \leq FS_MU_i \quad \forall i \in M \\ FS_TL_h \leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i \leq FS_TU_h \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \\ \sum_{i=1}^m x_i = 100\% \end{array} \right.$$

On tombe sur un problème d'optimisation linéaire vu qu'on cherche à optimiser seulement la composition en matières premières de l'aliment (x).

10-1-2 Formulation par phases (Témoin)

Une phase d'alimentation est un intervalle de temps durant lequel nous fournirons le même aliment aux animaux.

Notons par P le nombre de phases dans une période d'élevage.

10-1-2-1 Besoins journalières et besoins par phase

Les besoins des poulets de chair évoluent dans le temps, et donc on aura des contraintes nutritionnelles différentes d'une phase à l'autre dans le cas de la formulation par phase.

Pour déterminer les contraintes nutritionnelles, le modèle prédictif qui simule les besoins journaliers des animaux pendant leur période d'élevage a été utilisé. La valeur la plus contraignante a été choisie dans chaque phase pour pouvoir couvrir les besoins minimaux journaliers des animaux pour chaque jour de la phase comme le montre **la figure 4** (exemple sur le nutriment protéines).

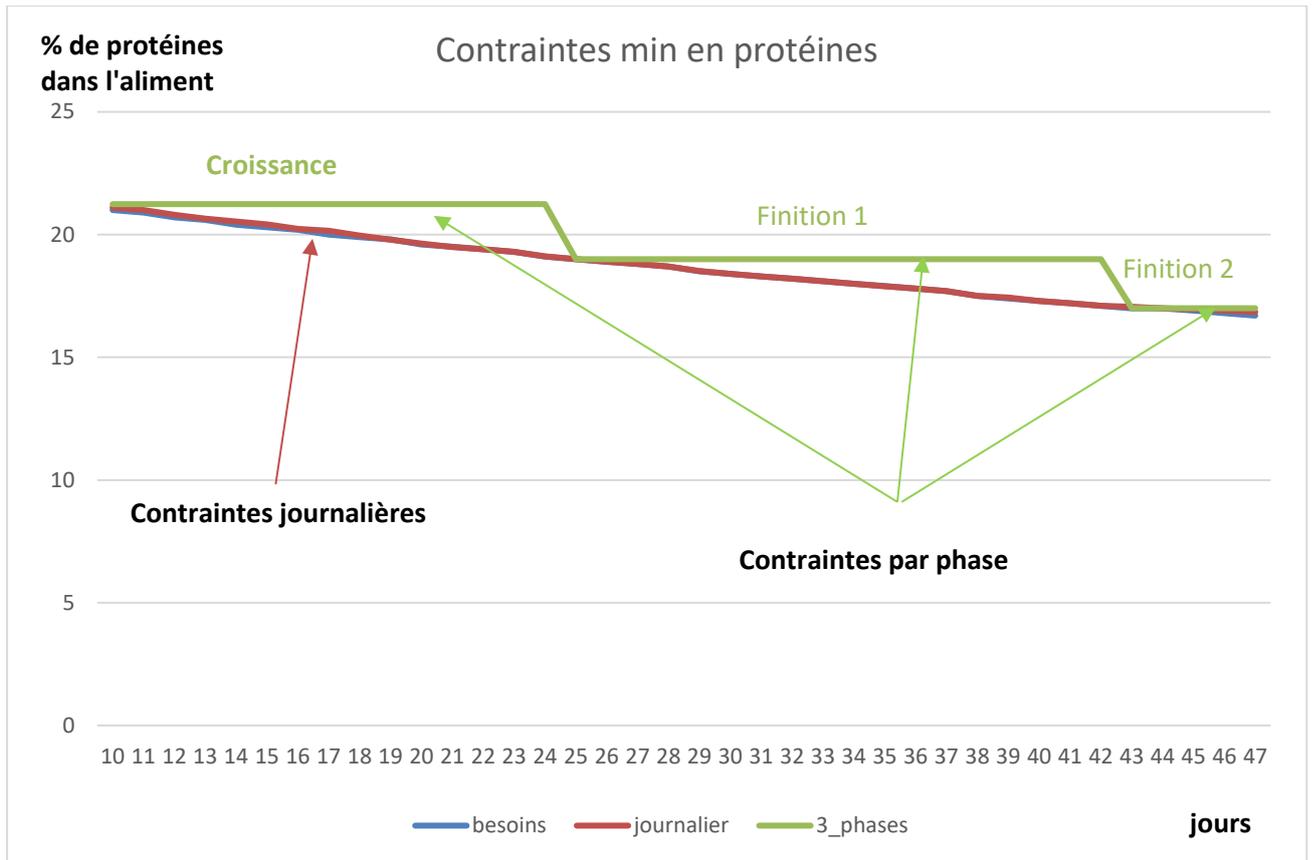


FIGURE 3 Evolution des contraintes (min) journalières et par phase pour le nutriment protéines

10-1-2-2 Modèle

Les contraintes nutritionnelles peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$FSP_NL_n(p) \leq \sum_{i=1}^m S_{in} x_i(p) \leq FSP_NU_n(p) \quad \forall n \in N \quad \forall p \in \{1, \dots, P\} \quad \forall i \in M$$

Avec :

$x_i(p)$: la proportion (%) de la matière première i dans l'aliment à formuler pour la phase p .

$FSP_NL_n(p)$: la teneur minimale du nutriment n dans l'aliment à formuler pour la phase p (en %), (en kcal/kg (aliment) pour le nutriment $n=EM$).

$FSP_NU_n(p)$: la teneur maximale du nutriment n dans l'aliment à formuler pour la phase p (en %), (en kcal/kg (aliment) pour le nutriment $n=EM$).

Contraintes matières premières :

Elles doivent donc vérifier :

$$FSP_ML_i(\mathbf{p}) \leq x_i(\mathbf{p}) \leq FSP_MU_i(\mathbf{p}) \quad \forall i \in M \quad \forall \mathbf{p} \in \{1, \dots, P\}$$

Avec :

$FSP_ML_i(\mathbf{p})$: la teneur minimale de la matière première i dans l'aliment à formuler pour la phase \mathbf{p} (en %).

$FSP_MU_i(\mathbf{p})$: la teneur maximale de la matière première i dans l'aliment à formuler pour la phase \mathbf{p} (en %).

Contraintes totaux matières premières :

Elles doivent vérifier:

$$FSP_TL_h(\mathbf{p}) \leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i(\mathbf{p}) \leq FSP_TU_h(\mathbf{p}) \quad \forall \mathbf{p} \in \{1, \dots, P\} \quad \forall h \in \{1, \dots, H\}$$

Avec:

$FSP_TL_h(\mathbf{p})$: la teneur minimale de la somme des matières premières constituant le sous ensemble h de M .

$FSP_TU_h(\mathbf{p})$: la teneur maximale de la somme des matières premières constituant le sous ensemble h de M .

L'ensemble des contraintes pour le modèle de la formulation à moindre coût par phases noté SP est défini comme suit :

$$SP \left\{ \begin{array}{l} FSP_NL_n(\mathbf{p}) \leq \sum_{i=1}^m S_{in} x_i(\mathbf{p}) \leq FSP_NU_n(\mathbf{p}) \quad \forall n \in N \quad \forall \mathbf{p} \in \{1, \dots, P\} \quad \forall i \in M \\ FSP_ML_i(\mathbf{p}) \leq x_i(\mathbf{p}) \leq FSP_MU_i(\mathbf{p}) \quad \forall \mathbf{p} \in \{1, \dots, P\} \quad \forall i \in M \\ FSP_TL_h(\mathbf{p}) \leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i(\mathbf{p}) \leq FSP_TU_h(\mathbf{p}) \quad \forall \mathbf{p} \in \{1, \dots, P\} \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \\ \sum_{i=1}^m x_i(\mathbf{p}) = 100 \% \quad \forall \mathbf{p} \in \{1, \dots, P\} \end{array} \right.$$

Le modèle de la formulation à moindre coût pour la phase **p** apparaît donc sous la forme suivante :

$$\begin{array}{l}
 \text{PFS_P(p)} \left\{ \begin{array}{l}
 \mathbf{CA(p)} = \mathbf{Min}_{\mathbf{x(p)}} [\mathbf{Z(p)} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{c}_i \mathbf{x}_i(\mathbf{p}))] \\
 \mathbf{s.c} \\
 \mathbf{FSP_NL}_n(\mathbf{p}) \leq \sum_{i=1}^m \mathbf{S}_{in} \mathbf{x}_i(\mathbf{p}) \leq \mathbf{FSP_NU}_n(\mathbf{p}) \quad \forall n \in \mathbf{N} \quad \forall i \in \mathbf{M} \\
 \mathbf{FSP_ML}_i(\mathbf{p}) \leq \mathbf{x}_i(\mathbf{p}) \leq \mathbf{FSP_MU}_i(\mathbf{p}) \quad \forall i \in \mathbf{M} \\
 \mathbf{FSP_TL}_h(\mathbf{p}) \leq \sum_{i \in M_{kh}} \mathbf{x}_i(\mathbf{p}) \leq \mathbf{FSP_TU}_h(\mathbf{p}) \quad \forall h \in \{1, \dots, \mathbf{H}\} \\
 \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i(\mathbf{p}) = 100\%
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Le modèle mathématique obtenu (**PFS_P(p)**) est un problème d'optimisation linéaire vu qu'on cherche à optimiser la composition en matières premières de l'aliment $\mathbf{x(p)}$ à distribuer aux animaux pendant la phase **p** de l'élevage.

Le coût de l'aliment pour la phase **p** est $\mathbf{CA(p)}$.

Nous avons ainsi un problème global (sur toute la période d'élevage considérée) séparable, qu'on note **PFS_P**.

10-1-2-3 Données et applications

Dans cette partie, un échantillon des données utilisées pour l'application numérique est présenté.

Les variables utilisées dans le modèle général ($\mathbf{x,c}$) ainsi que la composition des matières premières en nutriments (\mathbf{S}_{in}) ont été définies (**tableau 1**), ensuite, les contraintes des matières premières et totaux matières premières (**tableau 2**). Enfin, dans le **tableau 3**, les contraintes nutritionnelles à respecter pour chaque phase pour la fabrication de l'aliment correspondant ont été présentées (**Figure 3**).

Les données dans le **tableau 1 et 2** sont fournies comme évoqué avant par des spécialistes de la formulation et de la nutrition animale. Par ailleurs, les données dans le **tableau 3** sont des résultats issus d'un modèle prédictif qui simule les besoins nutritionnels des poulets de chair durant leur période d'élevage comme expliqué en **Figure 3**. Dans le cas présent, au total, on a **m=25** matières premières et **n=15** nutriments. Les tableaux complets sont disponibles en **annexe 1**.

TABLEAU 1 Prix et composition nutritionnelle des matières premières

| Caractéristiques des matières premières | S_{iEM} (kcal/kg(MP)) | S_{in} (%) | | | | | C_i (€/kg) |
|---|----------------------------|-----------------|---------|----------------------|--------|------------|-----------------|
| | Energie métabolisable | Protéines | Calcium | Phosphore disponible | Lysine | Méthionine | Prix |
| Blé tendre | 2880 | 10.50 | 0.07 | 0.19 | 0.26 | 0.39 | 0.194 |
| Mais grains | 3130 | 8.10 | 0.04 | 0.06 | 0.21 | 0.35 | 0.177 |
| Son de blé tendre | 1600 | 14.80 | 0.14 | 0.60 | 0.43 | 0.41 | 0.143 |
| Drêche de distillerie de blé | 2330 | 28.90 | 0.19 | 0.20 | 0.38 | 0.80 | 99.999 |
| Corn gluten feed | 1800 | 19.30 | 0.16 | 0.23 | 0.41 | 0.52 | 0.222 |
| Gluten60 | 3550 | 60.60 | 0.07 | 0.12 | 0.96 | 2.45 | 0.843 |
| Drêche de distillerie de maïs | 2170 | 24.60 | 0.21 | 0.60 | 0.36 | 0.77 | 99.999 |
| Graine de colza | 4170 | 19.10 | 0.47 | 0.10 | 1.04 | 0.71 | 0.392 |
| Graines de soja extrudées | 3350 | 34.80 | 0.31 | 0.11 | 1.90 | 0.88 | 0.448 |
| Tourteau de colza | 1410 | 33.70 | 0.83 | 0.29 | 1.40 | 1.27 | 0.275 |
| Tourteau de soja | 2230 | 45.30 | 0.34 | 0.14 | 2.53 | 1.15 | 0.448 |
| Tourteau de tournesol non décortiqué | 1320 | 27.70 | 0.39 | 0.17 | 0.83 | 0.99 | 0.192 |
| Tourteau de tournesol décortiqué | 1600 | 36.30 | 0.41 | 0.18 | 1.07 | 1.24 | 0.255 |
| Huile de colza | 9000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.768 |
| Huile de soja | 9000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.757 |
| Carbonate de calcium | 0 | 0 | 38.00 | 0 | 0 | 0 | 0.05 |
| Phosphore bicalcique | 0 | 0 | 24.50 | 16.70 | 0 | 0 | 0.52 |
| Sel(NaCl) | 0 | 0 | 0.30 | 0 | 0 | 0 | 0.072 |
| Bicarbonate de sodium | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.53 |
| Lysine | 4058 | 92.00 | 0 | 0 | 76.8 | 0 | 0.125 |
| DL-méthionine | 4630 | 58.40 | 0 | 0 | 0 | 99.00 | 0.31 |
| Thréonine | 3522 | 71.60 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.616 |
| Tryptophane | 5792 | 83.20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10.666 |
| Valine | 5181 | 71.00 | 0.30 | 0 | 0 | 0 | 10.666 |
| Prémix | 11000 | 0 | 22.00 | 22.00 | 0 | 0 | 0 |

TABLEAU 2 Contraintes matières premières et totaux matières premières

| | $L_i(\%)$ | $U_i(\%)$ | M1 | M2 | M3 | M4 | M5 |
|---|-----------|-----------|------------|-------------------------|---------|----------|----------------------|
| Caractéristiques des matières premières | Min | Max | C.Céréales | C.Tourteau de tournesol | C.Colza | C.Huiles | C.Issues de céréales |
| Blé tendre | 15 | 55 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Mais grains | 10 | 55 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Son de blé tendre | 0 | 6.5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Drêche de distillerie de blé | 0 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Corn gluten feed | 0 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Gluten60 | 0 | 6.5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Drêche de distillerie de maïs | 0 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Graine de colza | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Graines de soja extrudées | 0 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Tourteau de colza | 0 | 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Tourteau de soja | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Tourteau de tournesol non décortiqué | 0 | 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Tourteau de tournesol décortiqué | 0 | 10 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Huile de colza | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Huile de soja | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Carbonate de calcium | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Phosphore bicalcique | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Sel(NaCl) | 0.15 | 0.87 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Bicarbonate de sodium | 0.1 | 0.30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Lysine | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| DL-méthionine | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Thréonine | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Tryptophane | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Valine | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Prémix | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $FSP_{TL_h}(\%)$ | | | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| $FSP_{TU_h}(\%)$ | | | 100 | 10 | 10 | 4.8 | 12 |

TABLEAU 3 Contraintes nutritionnelles par phase

| Nutriments | Energie Métabolisable (kcal/kg(MP)) | | Protéines (%) | | Calcium (%) | | Phosphore Disponible (%) | | Lysine (%) | | Méthionine (%) | |
|------------|-------------------------------------|------|---------------|------|-------------|------|--------------------------|------|------------|-----|----------------|-----|
| | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max |
| Phase | | | | | | | | | | | | |
| Croissance | 3145 | 3170 | 21 | 22.5 | 0.74 | 0.78 | 0.37 | 0.39 | 1.25 | 100 | 0.46 | 100 |
| Finition 1 | 3224 | 3249 | 19 | 20.5 | 0.56 | 0.6 | 0.28 | 0.3 | 0.96 | 100 | 0.36 | 100 |
| Finition 2 | 3257 | 3282 | 17 | 18.5 | 0.4 | 0.44 | 0.2 | 0.22 | 0.73 | 100 | 0.28 | 100 |

Comme évoqué avant, notamment en introduction, aujourd’hui chez le poulet de chair, l’alimentation se fait en 3 à 4 phases (démarrage, croissance, finition et retrait) et donc les plans d’alimentations sont constitués de 3 à 4 aliments distribués successivement pendant plusieurs jours au cours de l’élevage. Pour des raisons techniques, notre étude et ses applications ont été portées sur la période d’élevage de 10 à 47 jours réparti en 3 phases.

Donc, dans notre cas **P=3 (p=1=croissance, p=2=finition1 et p=3=finition2)**. On cherche alors à formuler un aliment à moindre coût pour chacune de ces 3 phases afin de nourrir les animaux.

Le résultat de cette formulation (par phase) actuellement utilisée en élevage des poulets de chair constituera notre témoin auquel seront comparées les nouvelles stratégies de formulation qu’on présentera en détail dans la suite de ce rapport.

Comme on cherche à déterminer un aliment optimal par phase indépendamment des autres phases, alors le problème général qui englobe toute la période considérée (10 à 47 jours) est séparable, et on est ramené donc à résoudre le modèle mathématique pour la formulation à moindre coût avec **P** phases. Pour cela une application directe du modèle **FSP_P(p)** présenté dans la partie modèle de la formulation par phases est faite.

Définition de l’ensemble des contraintes liées à chaque phase :

Contraintes nutritionnelles :

+ Phase de croissance (p=1): (1)

$$FSP_NL_n(1) \leq \sum_{i=1}^m S_{in}x_i(1) \leq FSP_NU_n(1) \quad \forall n \in N \quad \forall i \in M$$

+ Phase de finition1 (p=2): (4)

$$FSP_NL_n(2) \leq \sum_{i=1}^m S_{in}x_i(2) \leq FSP_NU_n(2) \quad \forall n \in N \quad \forall i \in M$$

+ Phase de finition2 (p=3): (7)

$$FSP_NL_n(3) \leq \sum_{i=1}^m S_{in}x_i(3) \leq FSP_NU_n(3) \quad \forall n \in N \quad \forall i \in M$$

Dans notre cas, comme vous pouvez le voir sur le **tableau 2**, les contraintes matières premières et totaux matières premières sont fixes pour les 3 phases de la période d’élevage considérée.

Contraintes matières premières :

+ Phase de croissance (p=1):

$$FSP_ML_i(1) \leq x_i(1) \leq FSP_MU_i(1) \quad \forall i \in M \quad (2)$$

+ Phase de finition1 (p=2):

$$FSP_ML_i(2) \leq x_i(2) \leq FSP_MU_i(2) \quad \forall i \in M \quad (5)$$

+ Phase de finition2 (p=3):

$$FSP_ML_i(3) \leq x_i(3) \leq FSP_MU_i(3) \quad \forall i \in M \quad (8)$$

Avec :

$$\begin{aligned} + FSP_ML_i(1) &= FSP_ML_i(2) = FSP_ML_i(3) \\ + FSP_MU_i(1) &= FSP_MU_i(2) = FSP_MU_i(3) \end{aligned}$$

Contraintes totaux matières premières :

Comme on a 5 sous-ensembles de **M** (**M1**, ..., **M5**), alors **H=5**.

+ Phase de croissance (p=1):

$$\begin{aligned} FSP_TL_h(1) &\leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i(1) \leq FSP_TU_h(1) \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \\ \sum_{i=1}^m x_i(1) &= 100 \% \quad (3) \end{aligned}$$

+ Phase de finition1 (p=2):

$$\begin{aligned} FSP_TL_h(2) &\leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i(2) \leq FSP_TU_h(2) \quad \forall h \in \{1, \dots, H=5\} \\ \sum_{i=1}^m x_i(2) &= 100 \% \quad (6) \end{aligned}$$

+ Phase de finition2 (p=3) :

$$\begin{aligned} FSP_TL_h(3) &\leq \sum_{i \in M_{kh}} x_i(3) \leq FSP_TU_h(3) \quad \forall h \in \{1, \dots, H=5\} \\ \sum_{i=1}^m x_i(3) &= 100 \% \quad (9) \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned} + FSP_TL_h(1) &= FSP_TL_h(2) = FSP_TL_h(3) \\ + FSP_TU_h(1) &= FSP_TU_h(2) = FSP_TU_h(3) \end{aligned}$$

Notons par $S1 = \{(1), (2), (3)\}$ (resp $S2 = \{(4), (5), (6)\}$ et $S3 = \{(7), (8), (9)\}$) l'ensemble des contraintes de la phase de croissance (resp finition1 et finition2) que doit vérifier un aliment pour qu'il soit réalisable.

Le modèle de la formulation à moindre coût de chaque phase apparaît alors sous la forme suivante :

$$\begin{array}{l}
 \text{+ Phase de croissance :} \\
 \text{PFS_P(1)} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{CA(1) = } \mathit{Min}_{x(1)} [Z(1) = \sum_{i=1}^m (c_i x_i(1))] \\
 \text{s.c} \\
 x(1) \in S1
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

CA(1) : le coût de l'aliment dans la phase 1.

$$\begin{array}{l}
 \text{+ Phase de finition1 :} \\
 \text{PFS_P(2)} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{CA(2) = } \mathit{Min}_{x(2)} [Z(2) = \sum_{i=1}^m (c_i x_i(2))] \\
 \text{s.c} \\
 x(2) \in S2
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

CA(2) : le coût de l'aliment dans la phase 2.

$$\begin{array}{l}
 \text{+ Phase de finition2 :} \\
 \text{PFS_P(3)} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{CA(3) = } \mathit{Min}_{x(3)} [Z(3) = \sum_{i=1}^m (c_i x_i(3))] \\
 \text{s.c} \\
 x(3) \in S3
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

CA(3) : le coût de l'aliment dans la phase 3.

Les 3 modèles mathématiques obtenus pour chacune des 3 phases sont des problèmes d'optimisation linéaire.

Le problème général de la formulation par phase à moindre coût de toute la période d'élevage considérée **PFS_P** est donc séparable et le coût de l'alimentation sur cette période d'élevage est donnée par :

$$CA = \sum_{p=1}^3 I_p CA(p)$$

Avec I_p représente la consommation (**en kg**) d'un poulet de chair durant la phase **p**.

Remarque :

Généralement, et notamment dans notre cas d'application, si on connaît les besoins journaliers, on peut définir des contraintes journalières pour les contraintes nutritionnelles, contraintes matières premières et totaux matières premières. Il sera possible de résoudre mathématiquement le problème de formulation simple à moindre coût de la même façon (il suffit de considérer 1jour=1phase et appliquer le modèle correspondant) afin d'avoir un aliment optimal par jour durant toute la période d'élevage considérée. Nous obtenons donc le meilleur plan d'alimentation possible, sauf que ce dernier n'est pas envisageable en pratique pour plusieurs raisons dont :

- Des limitations physiques de capacité d'entreposage des aliments, le nombre de silos requis étant limité (4 au max).
- L'impossibilité de fabriquer autant de recettes à l'usine à cause de la contrainte logistique et le surcoût qu'impliquerait de livrer chaque jour un aliment en petite quantité à l'éleveur.

Cette stratégie (optimale) sera comparée aux nouvelles stratégies qui seront proposées afin d'évaluer l'intérêt de l'utilisation de ces dernières.

10-2 Formulation avec pré-mélanges

Pour faire face aux inconvénients liés à l'utilisation d'un grand nombre de formules, l'obtention d'un aliment complet par mélange de 2 pré-mélanges a été proposée (**FEDDES et al, (2000)**).

10-2-1 Besoins journaliers

Nous baserons nos modèles pour les besoins nutritionnels sur les données fournies par le modèle prédictif qui simule les besoins des poulets de chair pendant leur période d'élevage.

La forme de l'évolution des contraintes journalières (exemple sur la teneur en protéines) apparaît dans la **figure 4** suivante:

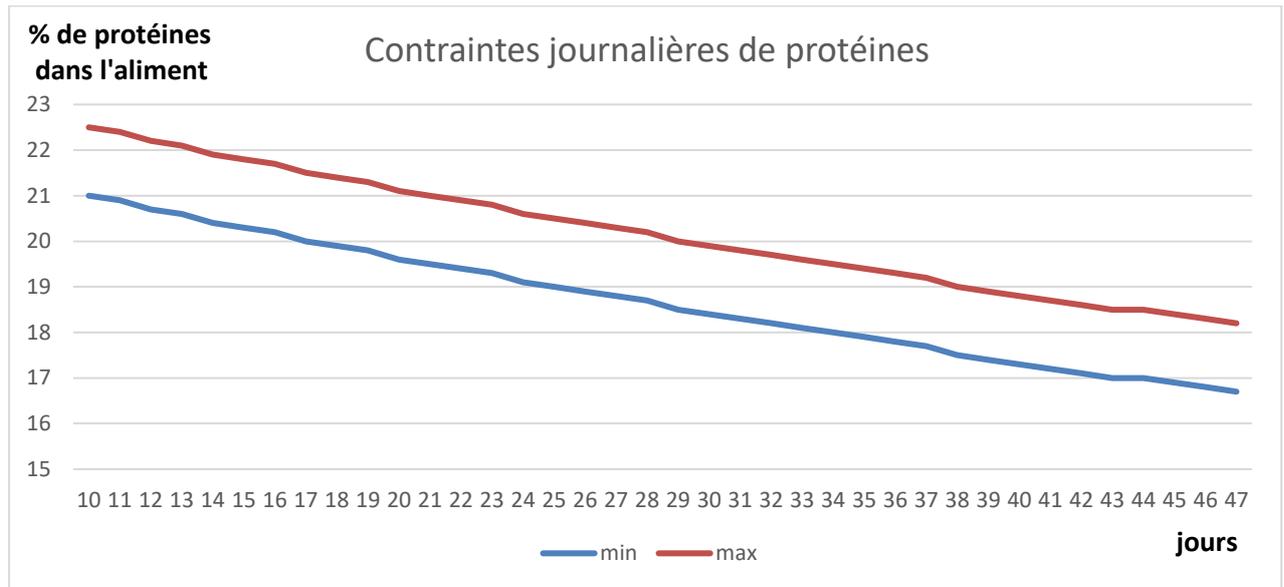


FIGURE 4 Evolution des contraintes journalières (min et max) pour le nutriment protéines

Le prix, la composition en nutriments des matières premières ainsi que les contraintes des matières premières et totaux matières premières sont ceux présentés dans le **tableau 1 et 2**. Cependant, comme les besoins des animaux évoluent dans le temps alors les contraintes nutritionnelles journalières à respecter évoluent également vu qu'on cherche à fournir aux animaux un aliment par jour. Dans le **tableau 4**, les contraintes nutritionnelles journalières sont présentées pour 6 nutriments.

TABLEAU 4 Contraintes nutritionnelles journalières (jours : 10,11 et 47)

| Nutriments | Energie Métabolisable (kcal/kg(MP)) | | Protéines (%) | | Calcium (%) | | Phosphore Disponible (%) | | Lysine (%) | | Méthionine (%) | |
|------------|-------------------------------------|------|---------------|------|-------------|------|--------------------------|------|------------|-----|----------------|-----|
| | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max | Min | Max |
| 10 | 3128 | 3153 | 21 | 22.5 | 0.74 | 0.78 | 0.37 | 0.39 | 1.25 | 100 | 0.46 | 100 |
| 11 | 3128 | 3153 | 20.9 | 22.4 | 0.72 | 0.76 | 0.36 | 0.38 | 1.23 | 100 | 0.46 | 100 |
| 47 | 3257 | 3282 | 16.7 | 18.2 | 0.38 | 0.42 | 0.19 | 0.21 | 0.69 | 100 | 0.26 | 100 |

10-2-2 Formulation avec 2 pré-mélanges

Dans ce qui suit, nous considérons deux pré-mélanges $A = (A_1, \dots, A_m) \geq 0$ et $B = (B_1, \dots, B_m) \geq 0$ tels que :

$$\sum_{i=1}^m (A_i) = 100\% \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^m (B_i) = 100\% \quad (*)$$

où A_i (resp B_i) est la proportion (%) de la matière première i dans le pré-mélange A (resp B).

Notons $PE = \{10, 11, \dots, 47\}$ la période d'élevage considérée et I_k (en kg) la consommation d'un poulet de chair au jour k .

On cherche à fournir aux poulets de chair durant leur période d'élevage considérée un aliment par jour de la forme :

$$\alpha_k A + (1 - \alpha_k) B$$

Avec α_k est la proportion (%) à utiliser du pré-mélange A , elle doit vérifier l'inégalité

$$0 \leq \alpha_k \leq 1 \quad \forall k \in PE$$

Notons par $C_A = \sum_{i=1}^m [c_i A_i]$ et $C_B = \sum_{i=1}^m [c_i B_i]$ les coûts (en €/kg) des 2 pré-mélanges A et B .

Donc la fonction objectif à optimiser s'écrit sous la forme suivante :

$$\sum_{k \in PE} I_k (C_A \alpha_k + C_B (1 - \alpha_k))$$

Elle représente le coût alimentaire (€/poulet) pour un poulet sur la période J10-J47 .

Reste à déterminer l'ensemble des contraintes que doit vérifier l'aliment pour chaque jour de la période d'élevage considérée afin qu'il soit réalisable.

+ **Les proportions** (α_k) à prendre chaque jour de chaque pré-mélange doivent vérifier la condition suivante :

$$0 \leq \alpha_k \leq 1 \quad \forall k \in PE \quad (**)$$

+ **Les contraintes matières premières**

Elles peuvent se traduire sous la forme :

$$F2P_ML_{ik} \leq \alpha_k A_i + (1 - \alpha_k) B_i \leq F2P_MU_{ik} \quad \forall k \in PE \quad \forall i \in M \quad (***)$$

Avec :

$F2P_ML_{ik}$: la teneur minimale de la matière première **i (en %)** dans l'aliment à distribuer le jour **k**.

$F2P_MU_{ik}$: la teneur maximale de la matière première **i (en %)** dans l'aliment à distribuer le jour **k**.

+ **Contraintes totaux matières premières** :

$$\forall k \in PE \quad \forall h \in \{1, \dots, H\}$$

$$F2P_TL_{hk} \leq \alpha_k \sum_{i \in \{M_h\}} (A_i) + (1 - \alpha_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (B_i) \leq F2P_TU_{hk} \quad (****)$$

Avec :

M_h est le sous ensemble **h** de **M**.

$F2P_TL_{hk}$: la teneur minimale (**en %**) de la somme des matières premières constituant le sous ensemble **h** de **M** pour le jour **k**.

$F2P_TU_{hk}$: la teneur maximale (**en %**) de la somme des matières premières constituant le sous ensemble **h** de **M** pour le jour **k**.

+ **Contraintes nutritionnelles** :

$$\forall k \in PE \quad \forall n \in N$$

$$F2P_NL_{nk} \leq \alpha_k \sum_{i=1}^m (A_i N_i[n]) + (1 - \alpha_k) \sum_{i=1}^m (B_i N_i[n]) \leq F2P_NU_{nk} \quad (*****)$$

Où :

- Pour $n = EM$:

$N_i[n]$ représente la quantité (en kcal/kg (matières premières)) du nutriment n dans la matière première i .

$F2P_NL_{nk}$: la teneur minimale (en kcal/kg (aliment)) du nutriment n dans l'aliment distribué le jour k .

$F2P_NU_{nk}$: la teneur maximale (en kcal/kg (aliment)) du nutriment n dans l'aliment distribué le jour k .

- Pour $n \in N \setminus \{EM\}$:

$N_i[n]$ représente la proportion (%) du nutriment n dans la matière première i .

$F2P_NL_{nk}$: la teneur minimale (en %) du nutriment n dans l'aliment distribué le jour k .

$F2P_NU_{nk}$: la teneur maximale (en %) du nutriment n dans l'aliment distribué le jour k .

Notons par $Sg = \{(*), (**), (***), (****), (*****)\}$ l'ensemble des contraintes que doit vérifier un aliment réalisable.

Le modèle général de la formulation avec 2 pré-mélanges apparaît donc avec les notations ci-dessus sous la forme suivante:

$$\text{PFP_2P} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Min}_{\alpha_k, A, B} [\sum_{k \in PE} I_k (C_A \alpha_k + C_B (1 - \alpha_k))] \\
 \text{s.c} \\
 A_i, B_i \geq 0 \quad \forall i \in M \\
 \sum_{i=1}^m (A_i) = 100\% \quad \text{Et} \quad \sum_{i=1}^m (B_i) = 100\% \\
 0 \leq \alpha_k \leq 1 \quad \forall k \in PE \\
 F2P_ML_{ik} \leq \alpha_k A_i + (1 - \alpha_k) B_i \leq F2P_MU_{ik} \quad \forall k \in PE \quad \forall i \in M \\
 F2P_TL_{hk} \leq \alpha_k \sum_{i \in \{M_h\}} (A_i) + (1 - \alpha_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (B_i) \leq F2P_TU_{hk} \quad \forall k \in PE \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \\
 F2P_NL_{nk} \leq \alpha_k \sum_{i=1}^m (A_i N_i[n]) + (1 - \alpha_k) \sum_{i=1}^m (B_i N_i[n]) \leq F2P_NU_{nk} \quad \forall k \in PE \quad \forall n \in N
 \end{array} \right.$$

On trouve alors un problème d'optimisation non linéaire (bilinéaire) non convexe du fait que l'on cherche à minimiser en même temps les proportions à utiliser de chaque pré-mélange ainsi que la composition en matières premières des 2 pré-mélanges.

Remarque

On notera que les contraintes (nutritionnelles, matières premières et totaux matières premières) s'appliquent ici aux mélanges de pré-mélanges et non aux pré-mélanges directement. Néanmoins, il est probable que dans une application terrain de cette stratégie, des contraintes supplémentaires (notamment matières premières) soient appliquées aux pré-mélanges dans le but de maîtriser la différence de composition entre les pré-mélanges. En effet, les poulets sont des animaux qui expriment des préférences alimentaires et une différence de composition trop importante entre les pré-mélanges pourrait conduire à des phénomènes de tri des granulés par les animaux.

10-2-3 Formulation avec 4 pré-mélanges

Cette technique consiste à mélanger 2 pré-mélanges par phase avec la condition de présence d'un pré-mélange commun pour deux phases successives afin de produire les aliments journaliers à fournir aux animaux toujours dans le but de mieux ajuster les apports nutritionnels par rapport aux besoins des animaux tout en ne négligeant aucun de leurs besoins et diminuant le coût alimentaire ainsi que les impacts environnementaux.

Soient $\mathbf{A} = (A_1, \dots, A_m) \geq 0$, $\mathbf{B} = (B_1, \dots, B_m) \geq 0$, $\mathbf{D} = (D_1, \dots, D_m) \geq 0$ et $\mathbf{E} = (E_1, \dots, E_m) \geq 0$
4 pré-mélanges tels que :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m (A_i) &= 100\% & \text{et} & & \sum_{i=1}^m (B_i) &= 100\% \\ \sum_{i=1}^m (D_i) &= 100\% & \text{et} & & \sum_{i=1}^m (E_i) &= 100\% \end{aligned}$$

où A_i (resp B_i , D_i et E_i) est la proportion (%) de la matière première i dans le pré-mélange \mathbf{A} (resp \mathbf{B} , \mathbf{D} et \mathbf{E}).

Notons :

- + **PE1** la 1^{ère} phase de la période d'élevage considérée.
- + **PE2** la 2^{ème} phase de la période d'élevage considérée.
- + **PE3** la 3^{ème} phase de la période d'élevage considérée.

On cherche à fournir aux poulets de chair durant leur période d'élevage considérée un aliment par jour de la forme :

- + $\alpha_{1k} \mathbf{A} + (1 - \alpha_{1k}) \mathbf{B}$ pour la phase **PE1**.
- + $\alpha_{2k} \mathbf{B} + (1 - \alpha_{2k}) \mathbf{D}$ pour la phase **PE2**.
- + $\alpha_{3k} \mathbf{D} + (1 - \alpha_{3k}) \mathbf{E}$ pour la phase **PE3**.

Avec :

- + α_{1k} est la proportion (%) à utiliser du pré-mélange **A**.
- + α_{2k} est la proportion (%) à utiliser du pré-mélange **B**.
- + α_{3k} est la proportion (%) à utiliser du pré-mélange **D**.

Notons par $C_A = \sum_{i=1}^m [c_i A_i]$ $C_B = \sum_{i=1}^m [c_i B_i]$ $C_D = \sum_{i=1}^m [c_i D_i]$ et
 $C_E = \sum_{i=1}^m [c_i E_i]$

les coûts (en €/kg) des 4 pré-mélanges **A, B, D et E**.

Donc la fonction objectif à minimiser s'écrit sous la forme suivante :

$$\sum_{k \in PE1} I_k (C_A \alpha_{1k} + C_B (1 - \alpha_{1k})) + \sum_{k \in PE2} I_k (C_B \alpha_{2k} + C_D (1 - \alpha_{2k})) + \sum_{k \in PE3} I_k (C_D \alpha_{3k} + C_E (1 - \alpha_{3k}))$$

Elle représente le coût alimentaire (€/poulet) pour un poulet sur la période J10-J47.

Reste à déterminer l'ensemble des contraintes que doit vérifier l'aliment pour chaque jour de la période d'élevage considérée afin qu'il soit réalisable.

+ **Les proportions** à utiliser chaque jour de chaque pré-mélange doivent vérifier la condition suivante :

- $\forall k \in PE1$ $0 \leq \alpha_{1k} \leq 1$
- $\forall k \in PE2$ $0 \leq \alpha_{2k} \leq 1$
- $\forall k \in PE3$ $0 \leq \alpha_{3k} \leq 1$

+ **Contraintes matières premières**

Elles peuvent se traduire sous la forme suivante :

$\forall i \in M$

- $\forall k \in PE1$
 $F4P_ML_{ik} \leq \alpha_{1k} A_i + (1 - \alpha_{1k}) B_i \leq F4P_MU_{ik}$
- $\forall k \in PE2$
 $F4P_ML_{ik} \leq \alpha_{2k} B_i + (1 - \alpha_{2k}) D_i \leq F4P_MU_{ik}$
- $\forall k \in PE3$
 $F4P_ML_{ik} \leq \alpha_{3k} D_i + (1 - \alpha_{3k}) E_i \leq F4P_MU_{ik}$

Avec :

$F4P_ML_{ik}$: la teneur minimale de la matière première i (**en %**) dans l'aliment à distribuer aux animaux le jour k .

$F4P_MU_{ik}$: la teneur maximale de la matière première i (**en %**) dans l'aliment à distribuer aux animaux le jour k .

+ Contraintes totaux matières premières :

$\forall h \in \{1, \dots, H\}$

- $\forall k \in PE1$

$$F4P_TL_{hk} \leq \alpha 1_k \sum_{i \in \{M_h\}} (A_i) + (1 - \alpha 1_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (B_i) \leq F4P_TU_{hk}$$

- $\forall k \in PE2$

$$F4P_TL_{hk} \leq \alpha 2_k \sum_{i \in \{M_h\}} (B_i) + (1 - \alpha 2_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (D_i) \leq F4P_TU_{hk}$$

- $\forall k \in PE3$

$$F4P_TL_{hk} \leq \alpha 3_k \sum_{i \in \{M_h\}} (D_i) + (1 - \alpha 3_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (E_i) \leq F4P_TU_{hk}$$

Avec :

$F4P_TL_{hk}$: la teneur minimale (**en %**) de la somme des matières premières constituant le sous ensemble h de M le jour k .

$F4P_TU_{hk}$: la teneur maximale (**en %**) de la somme des matières premières constituant le sous ensemble h de M le jour k .

+ Contraintes nutritionnelles :

$\forall n \in N \quad \forall k \in PE1$

$$F4P_NL_{nk} \leq \alpha 1_k \sum_{i=1}^m (A_i N_i[n]) + (1 - \alpha 1_k) \sum_{i=1}^m (B_i N_i[n]) \leq F4P_NU_{nk}$$

$\forall n \in N \quad \forall k \in PE2$

$$F4P_NL_{nk} \leq \alpha 2_k \sum_{i=1}^m (B_i N_i[n]) + (1 - \alpha 2_k) \sum_{i=1}^m (D_i N_i[n]) \leq F4P_NU_{nk}$$

$\forall n \in N \quad \forall k \in PE3$

$$F4P_NL_{nk} \leq \alpha 3_k \sum_{i=1}^m (D_i N_i[n]) + (1 - \alpha 3_k) \sum_{i=1}^m (E_i N_i[n]) \leq F4P_NU_{nk}$$

Où :

$F4P_NL_{nk}$: la teneur minimale (en % ou (en kcal/kg (aliment) pour n= EM)) du nutriment n dans l'aliment à distribuer le jour k .

$F4P_NU_{nk}$: la teneur maximale (en % ou (en kcal/kg (aliment) pour n= EM)) du nutriment n dans l'aliment à distribuer le jour k .

Le modèle général conceptuel de la formulation avec 4 pré-mélanges apparaît donc avec les notations ci-dessus sous la forme suivante:

$$\text{Min}_{\alpha 1_k, \alpha 2_k, \alpha 3_k, A, B, D, E} \left[\sum_{k \in PE1} I_k (C_A \alpha 1_k + C_B \beta 1_k) + \sum_{k \in PE2} I_k (C_B \alpha 2_k + C_D \beta 2_k) + \sum_{k \in PE3} I_k (C_D \alpha 3_k + C_E \beta 3_k) \right]$$

s.c

$$\beta 1_k = 1 - \alpha 1_k \quad , \quad \beta 2_k = 1 - \alpha 2_k \quad , \quad \beta 3_k = 1 - \alpha 3_k$$

$$A_i, B_i, D_i, E_i \geq 0 \quad \forall i \in M$$

$$\sum_{i=1}^m (A_i) = 100\% \quad , \quad \sum_{i=1}^m (B_i) = 100\% \quad , \quad \sum_{i=1}^m (D_i) = 100\% \quad , \quad \sum_{i=1}^m (E_i) = 100\%$$

$$0 \leq \alpha l_k \leq 1 \quad \forall k \in PE1 \quad \forall l \in \{1, 2, 3\}$$

$$F4P_ML_{ik} \leq \alpha 1_k A_i + (1 - \alpha 1_k) B_i \leq F4P_MU_{ik} \quad \forall k \in PE1 \quad \forall i \in M$$

$$F4P_ML_{ik} \leq \alpha 2_k B_i + (1 - \alpha 2_k) D_i \leq F4P_MU_{ik} \quad \forall k \in PE2 \quad \forall i \in M$$

$$F4P_ML_{ik} \leq \alpha 3_k D_i + (1 - \alpha 3_k) E_i \leq F4P_MU_{ik} \quad \forall k \in PE3 \quad \forall i \in M$$

$$F4P_TL_{hk} \leq \alpha 1_k \sum_{i \in \{M_h\}} (A_i) + (1 - \alpha 1_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (B_i) \leq F4P_TU_{hk} \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \quad \forall k \in PE1$$

$$F4P_TL_{hk} \leq \alpha 2_k \sum_{i \in \{M_h\}} (B_i) + (1 - \alpha 2_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (D_i) \leq F4P_TU_{hk} \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \quad \forall k \in PE2$$

$$F4P_TL_{hk} \leq \alpha 3_k \sum_{i \in \{M_h\}} (D_i) + (1 - \alpha 3_k) \sum_{i \in \{M_h\}} (E_i) \leq F4P_TU_{hk} \quad \forall h \in \{1, \dots, H\} \quad \forall k \in PE3$$

$$F4P_NL_{nk} \leq \alpha 1_k \sum_{i=1}^m (A_i N_i[n]) + (1 - \alpha 1_k) \sum_{i=1}^m (B_i N_i[n]) \leq F4P_NU_{nk} \quad \forall k \in PE1 \quad \forall n \in N$$

$$F4P_NL_{nk} \leq \alpha 2_k \sum_{i=1}^m (B_i N_i[n]) + (1 - \alpha 2_k) \sum_{i=1}^m (D_i N_i[n]) \leq F4P_NU_{nk} \quad \forall k \in PE2 \quad \forall n \in N$$

$$F4P_NL_{nk} \leq \alpha 3_k \sum_{i=1}^m (D_i N_i[n]) + (1 - \alpha 3_k) \sum_{i=1}^m (E_i N_i[n]) \leq F4P_NU_{nk} \quad \forall k \in PE3 \quad \forall n \in N$$

Comme précédemment, ce modèle nous emmène vers un problème d'optimisation non linéaire (bilinéaire) non convexe du fait que l'on cherche à minimiser en même temps les proportions à utiliser de chaque pré-mélange ainsi que la composition en matières premières des 4 pré-mélanges.

10-3 Nature des problèmes et solveurs utilisés

Dans cette partie, nous rappelons les différents types de problèmes que nous avons été amenés à résoudre. Nous allons ensuite décrire les différents solveurs utilisés pour résoudre ces problèmes. Finalement, nous discuterons des difficultés que nous avons rencontrées lors des résolutions de certains problèmes et aux solutions que nous avons mises en place.

Nous avons été confrontés à deux types de problèmes : les problèmes linéaires et les problèmes non linéaires (bilinéaires).

Deux des quatre problèmes que nous avons eu à résoudre utilisent un modèle linéaire. Il s'agit du modèle sans pré-mélanges, appliqué pour une formulation d'un seul aliment et une formulation à 3 phases (témoin).

Les 2 autres modèles correspondants à la formulation avec 2 et 4 pré-mélanges sont par contre non linéaires (bilinéaires).

Le problème de la formulation simple à moindre coût d'un seul aliment ainsi que le problème de la formulation simple par phase qui est finalement un problème séparable sont de petites tailles. En revanche, les problèmes avec 2 et 4 pré-mélanges ne peuvent pas être séparés et doivent donc être traités en une seule fois, et donc de plus grosse taille comme on peut le constater dans le **tableau 5** suivant :

TABLEAU 5 Taille des problèmes

| Problème par phase | Nombre de variables | Nombre de contraintes |
|--------------------|--|---------------------------------------|
| PFS_P(p) | M=25 (nombre de matières premières) | 45=(M+N+card(M_h)+1) |
| Problèmes globaux | Nombre de variables | Nombre de contraintes |
| PFP_2P | 2*M + k | 45*k+2 |
| PFP_4P | 4*M + k | 45*k+4 |

La plus petite taille revient au problème de la formulation simple à moindre coût utilisant le modèle linéaire (formulation d'un seul aliment ou une formulation par phase) avec **25** variables et **45** contraintes. Cependant, la plus grosse taille est obtenue en utilisant le problème de la formulation avec 4 pré-mélanges, et là pour **k=38** (nombre de jours de la période d'élevage considérée), le problème contient **138** variables et **1714** contraintes.

Après avoir identifié les solveurs permettant de résoudre des problèmes d'optimisation linéaires et non linéaires, convexes ou non-convexes, avec contraintes ou sans contraintes, les solveurs Knitro ainsi que Minos ont été retenus après quelques tests et recherches concernant les performances de chaque solveur. Knitro nous garantit de trouver un minimum local qui dépend du point de départ dans le cas où le problème est non linéaire convexe ou non-convexe. Dans le cas où le problème est linéaire convexe, c'est un minimum global qui est trouvé (Minos).

Les modèles mathématiques ont été programmés sous le langage de programmation mathématique AMPL (**R.Fourer et al, 2002**) et ont été résolus ensuite à l'aide des solveurs MINOS, KNITRO disponibles sur NEOS Server.

Le solveur MINOS a été utilisé pour résoudre les problèmes linéaires, la résolution se fait grâce à l'algorithme du simplexe. Dans le cas de contraintes linéaires, c'est une méthode de gradient réduit avec des approximations quasi-Newton. Si les contraintes sont non-linéaires, MINOS implémente un algorithme SLC (Sequential Linearly Constrained) qui est une méthode de Lagrangien projeté et relié à la méthode de Robinson.

Le solveur KNITRO est plus polyvalent. Il utilise trois algorithmes différents : de point intérieur direct, de point intérieur avec gradient conjugué et de contraintes actives. L'algorithme de contraintes actives utilisé par KNITRO est une mise en œuvre de l'algorithme SLQP (Sequential Linear-Quadratic Programming). C'est actuellement un des solveurs les plus puissants et polyvalents sur le marché.

Remarque :

Les problèmes de formulation simple à moindre coût ainsi que ceux de la formulation par phase ont été résolus sans problèmes à l'aide du solveur Minos qui utilise la méthode de simplexe pour ce type de problème qui a été introduite par **G.Dantzig (1947)**. Par ailleurs, les problèmes de formulation avec pré-mélanges n'ont pas été résolus dès le premier coup suite à des problèmes de convergence de l'algorithme utilisé par Knitro, et donc les techniques utilisées pour résoudre ce problème afin de trouver des solutions locales à nos problèmes de formulation sont :

- 1- Lancer l'option Multi start de Knitro qui permet de lancer ce dernier avec plusieurs points de départ réalisables choisis aléatoirement et trouver un optimum local (s'il existe) à partir de chaque point de départ. Le meilleur optimum local est retourné.

**Option knitro_options" ms_enable=1 ms_maxsolves=37
ms_maxtime_real=30000 (Facultatif) ";**

- 2- Modification des options du solveur Knitro en lui exigeant de trouver une solution réalisable d'abord avant de passer à l'optimisation de la fonction objectif.

Option knitro_options" alg=4 bar_feasible=3 par_numthreads=4 ";

10-4 Indicateurs retenus pour comparer les différentes stratégies alimentaires

Dans cette partie, les indicateurs sur lesquels on se basera pour comparer les différentes stratégies étudiées à savoir la stratégie alimentaire actuelle (3 phases), stratégie alimentaire à 10 phases, stratégies alimentaires avec 38 phases (alimentation à moindre coût journalière) et celles de précision (stratégie alimentaire avec 2 pré-mélanges et celle avec 4 pré-mélanges) vont être présentés.

Le premier indicateur sera le coût alimentaire :

- Pour la stratégie classique actuellement utilisée en élevage (avec phases), c'est la somme de la consommation totale par phase multipliée par le coût de l'aliment par phase.
- Pour l'alimentation de précision (Formulation avec 2 pré-mélanges et 4 pré-mélanges), le coût alimentaire est la valeur de la fonction objectif.

Deux autres indicateurs relèvent de l'environnement. Ils estiment les rejets d'azote (**N**) et de phosphore (**P**). On comparera dans cette partie, pour chacun des nutriments, la quantité ingérée, retenue et excrétée par phase dans un premier temps puis dans toute la période d'élevage. En effet, les rejets quotidiens des animaux sont calculés par différence entre l'ingestion et la rétention corporelle.

Pour le jour **k**, on calcule l'ingestion d'azote $N_{ing,k}$ (g/j) et de phosphore $P_{ing,k}$ (g/j) par les expressions suivantes :

$$N_{ing,k} = (I_k/1000) * MAT_k / 6,25$$

$$P_{ing,k} = (I_k/1000) * PHT_k$$

Avec :

+ $MAT_k / (6.25)$ représente la quantité d'azote dans la protéine (**g/kg**).

+ I_k : la consommation journalière (**kg/j**)

+ MAT_k : la teneur en protéines de l'aliment (**g/kg**)

+ PHT_k : la teneur en phosphore total de l'aliment (**g/kg**)

La rétention corporelle d'azote $N_{ret,k}$ (**g/j**) et de phosphore $P_{ret,k}$ (**g/j**) par jour est calculée quant à elle comme suit :

$$P_{ret,k} = (\text{gainPV}_k / 1000) * 4,68$$

Avec :

+ GainPV_k : le gain de poids journalier (**g/j**).

+ **4,68** est la teneur (en **g**) de (**P**) corporels par **kg** de poids vif. (*KHAKSAR V. et al., 2017*).

Pour la rétention de protéine, elle utilise un modèle de dépôt de protéines calculé par allométrie en fonction du gain poids.

Finalement, on peut en déduire l'excrétion d'azote $N_{exc,k}$ (**g/j**) et de phosphore $P_{exc,k}$ (**g/j**) par jour :

$$N_{exc,k} = N_{ing,k} - N_{ret,k}$$

$$P_{exc,k} = P_{ing,k} - P_{ret,k}$$

11 - Résultats : Comparaison et discussion

Nous allons, dans cette partie, présenter et comparer les résultats obtenus à partir des différents modèles d'optimisation traités.

Tous les modèles traités ont été implémentés sous le langage de programmation mathématique AMPL avant d'être résolus.

L'impact environnemental de l'alimentation des volailles est important, c'est pourquoi, nous allons observer le comportement de la consommation et des rejets de phosphore (**P**) et d'azote (**N**) dans chaque formulation utilisée.

On rappelle que la période d'élevage considérée est **PE = {10 -> 47 jours} = 38 jours**.

11-1 Formulation par phase

L'alimentation par phase est celle actuellement utilisée en élevage des poulets de chair, elle consiste à fournir aux animaux un aliment complet à coût optimal différent à chaque phase (**Figure 5**).

11-1-1 Composition en matières premières et nutriments

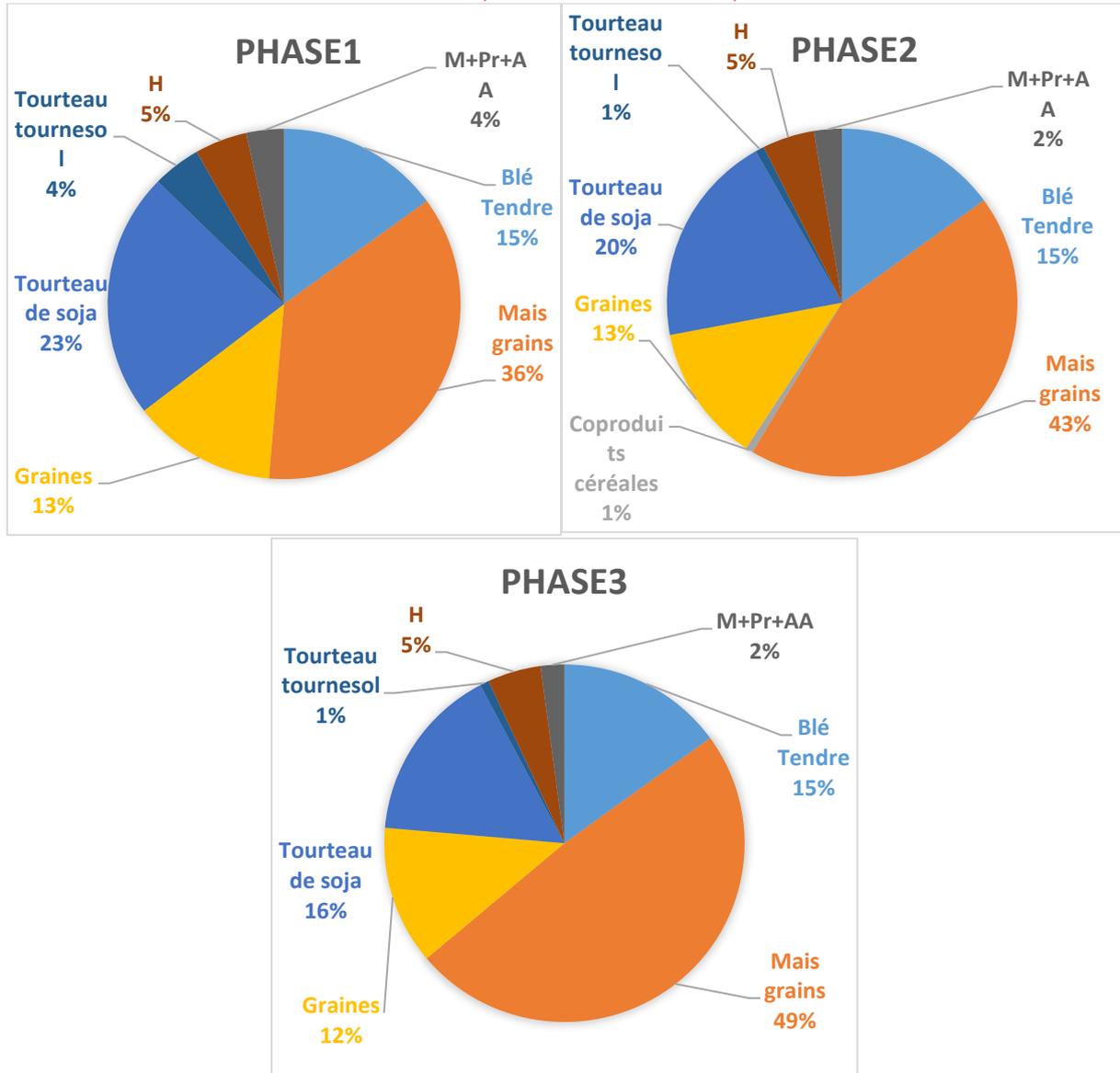


FIGURE 5 Composition en matières premières des aliments correspondants à chaque phase

TABEAU 6 Composition en nutriments des aliments de chaque phase

| Nutriments | Phase 1 | | | Phase 2 | | | Phase 3 | | |
|------------|---------|------|------|---------|------|------|---------|------|------|
| | min | res | max | min | res | max | min | res | max |
| EM | 3145 | 3145 | 3170 | 3224 | 3224 | 3249 | 3257 | 3257 | 3282 |
| MAT | 21 | 21 | 22.5 | 19 | 19 | 20.5 | 17 | 17 | 18.5 |
| LY | 1.25 | 1.25 | 100 | 0.96 | 0.96 | 100 | 0.73 | 0.74 | 100 |
| METD | 0.46 | 0.6 | 100 | 0.36 | 0.4 | 100 | 0.28 | 0.28 | 100 |

De l'aliment 1 à l'aliment 3 en passant par l'aliment 2, il y a une augmentation croissante de certaines matières premières principalement le maïs grains qui est riche en énergie, de même, une diminution croissante d'autres matières premières notamment les tourteaux qui quant à eux sont riches en protéines (**Figure 5**). Ceci implique que les aliments sont de plus en plus énergétiques et de moins en moins protéiques (**Tableau 6**) et c'est ce qui est attendu puisque les animaux au début de leur période d'élevage ont besoin de plus de protéines et moins d'énergie, et ça s'inverse au fur et à mesure jusqu'aux derniers jours où ils ont en besoin de plus d'énergie et moins de protéines.

Comme on peut s'y attendre également, la majorité des nutriments coûteux (énergie et protéines notamment) sont limitants (teneur=contrainte minimum). Sauf incompatibilité entre contraintes, ce résultats est plutôt attendu dans la mesure où la formule recherchée est la moins chère. Tout excès de nutriment entraînerait un surcoût.

11-1-2 Coût alimentaire et impacts environnementaux

Les résultats du modèle de la formulation à moindre coût par phase (3,10 et 38) traités apparaissent dans le **tableau 7** suivant :

TABEAU 7 Coût de l'alimentation et (P) et (N) ingérés, retenus et excrétés par poulet pour une alimentation multiphase sans pré-mélanges

| Problèmes résolus | Nombre de phases considérées | Coût d'alimentation (€/poulet) | P ingéré (g) | P retenu (g) | P excrété (g) | N ingéré (g) | N retenu (g) | N excrété (g) |
|-------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|---------------|
| PFS_P(3) | 3 | 1.72 | 35.2 | 14.1 | 21 | 171.6 | 95.8 | 75.7 |
| PFS_P(10) | 10 | 1.63 | 34.2 | 14.1 | 20.2 | 165.4 | 95.8 | 69.6 |
| PFS_P(38) | 38 | 1.60 | 33.9 | 14.1 | 19.8 | 163.2 | 95.8 | 67.4 |

L'alimentation la plus utilisée actuellement dans l'industrie pour élever des poulets de chair est celle avec 3 phases. Nous allons donc faire notre comparaison à partir de cette base (témoin). Avec cette dernière stratégie, le coût d'alimentation par poulet de chair est de **1.72 €**, l'azote (**N**) consommé et excrété est respectivement de **171.6 g** et **75.7 g** et chaque poulet consomme **35.2 g** et rejette **21 g** de phosphore (**P**) (**Tableau 7**).

En augmentant le nombre de phases, le coût d'alimentation par poulet de chair peut être diminué, tout comme les consommations et les rejets de phosphore (**P**) et d'azote (**N**) en se comparant à l'alimentation utilisé actuellement par les producteurs (**Tableau 7**).

Ainsi, en utilisant une formulation à moindre coût journalière (la meilleure stratégie alimentaire possible pour réduire le coût alimentaire ainsi que les impacts

environnementaux) afin de nourrir les animaux de façon journalière pour répondre au mieux à leurs besoins qui changent quotidiennement, le coût de l'alimentation pourrait être réduit de **6.98 %** par rapport à l'alimentation en 3 phases. La consommation et les rejets de phosphore (**P**) pourraient être diminués respectivement de **3.69 %** et **5.71 %**. La consommation et les rejets d'azote (**N**), également pourraient être diminués de **4.89 %** et **10.96 %** (**Tableau 7**).

Notez bien que cette dernière stratégie n'est pas appliquée en pratique à cause des contraintes logistiques et des contraintes d'entreposage.

La diminution du coût d'alimentation par rapport au résultat obtenu avec une formulation en 3 phases est principalement due au fait que les apports en nutriments (énergie métabolisable, protéine, lysine, etc) sont mieux ajustés par rapport aux besoins (**Figure 6**, **Figure7**) en augmentant le nombre de phases.

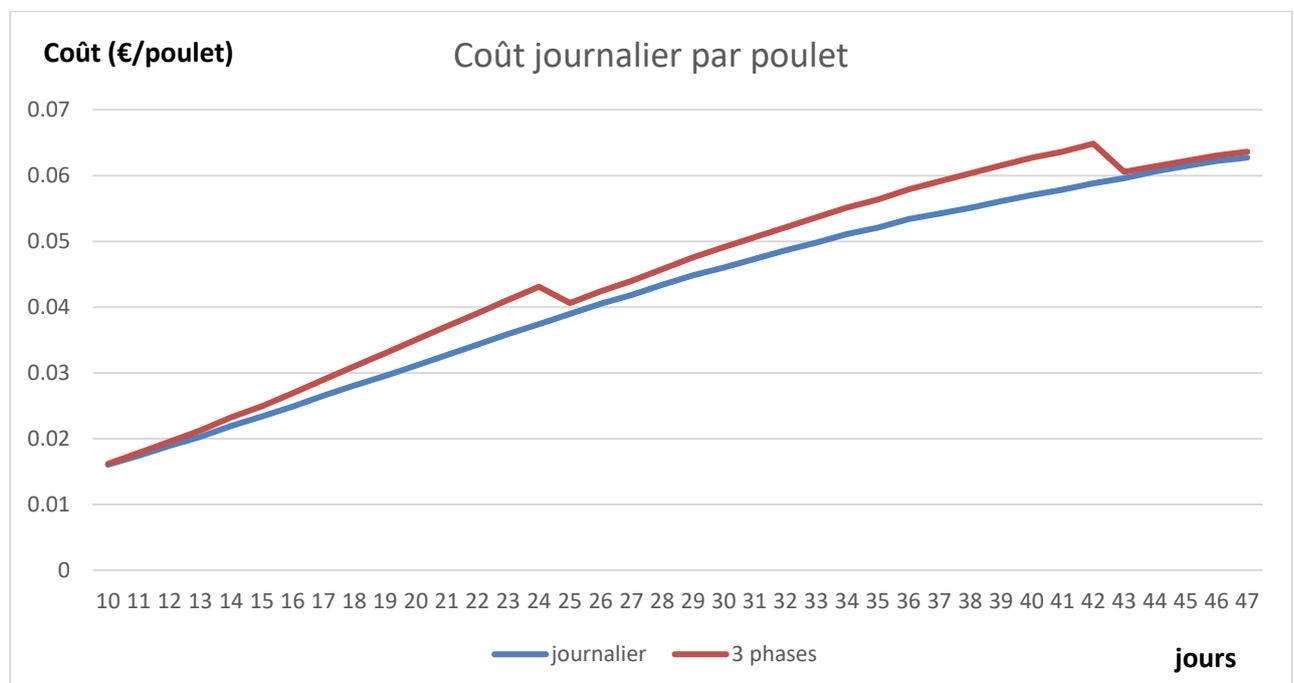
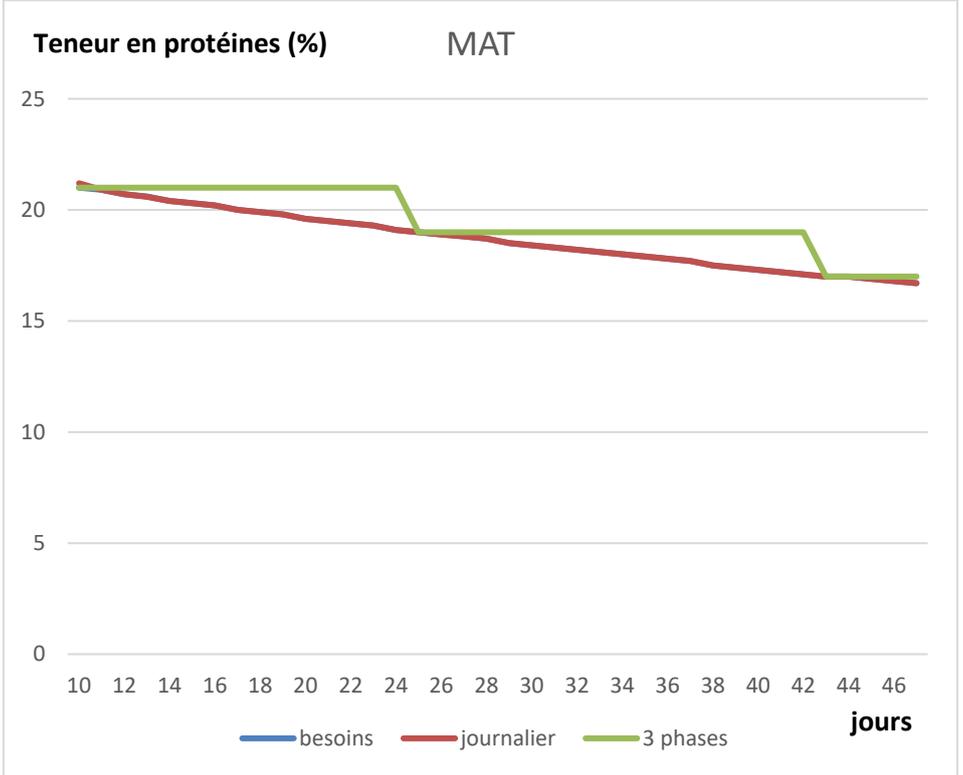
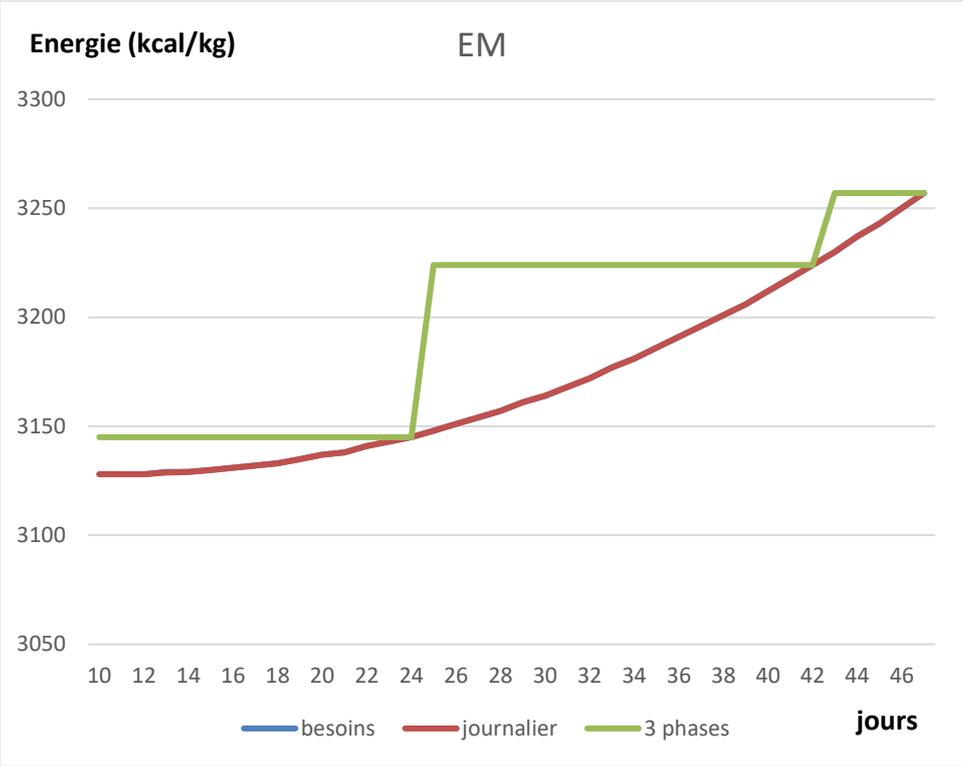


FIGURE 6 Evolution des coûts d'alimentation en utilisant une formulation à moindre coût sans pré-mélanges (à phase journalière et à 3 phases)

Les diminutions de consommation, et donc des rejets, d'azote (**N**) et de phosphore (**P**) sont également dues à l'augmentation du nombre de phases. En effet, les besoins en protéines par exemple diminuent au cours du temps chez les poulets de chair, et donc si un aliment répondant aux besoins de la première journée est utilisé pendant les 10 jours suivants, comme c'est le cas pour l'alimentation en trois phases, un surplus d'azote (**N**), ainsi que tous les autres nutriments, est donné aux poulets de chair pendant 9 jours. Alors qu'en ajustant l'aliment plus régulièrement, le contenu en azote (**N**) ainsi qu'en phosphore (**P**) diminue régulièrement et donc diminue la consommation ainsi que les rejets (**Tableau 7**, **Figure 7**).



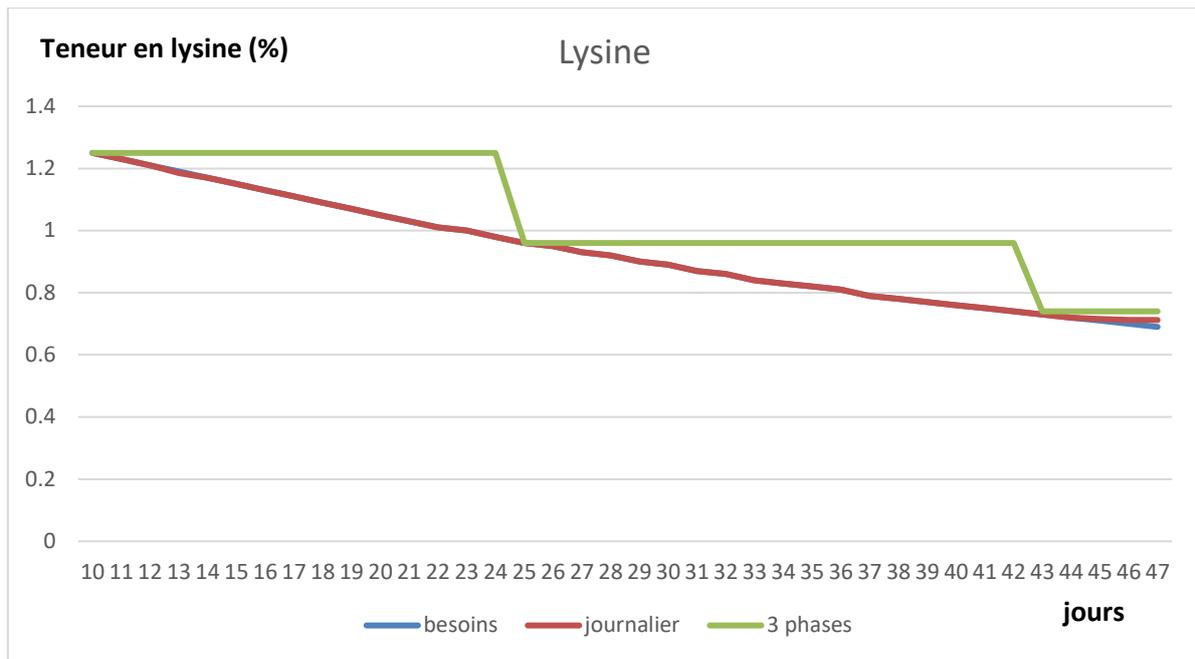


FIGURE 7 Evolution des nutriments (énergie, protéines et lysine) dans les aliments à fabriquer par rapport aux besoins des animaux en utilisant une formulation à moindre coût journalière et à 3 phases

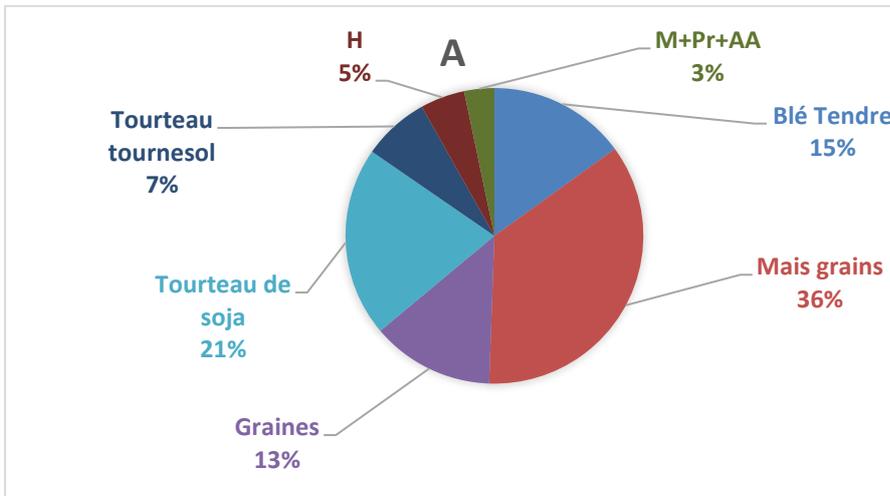
11-2 Formulation avec pré-mélanges

Une alimentation avec pré-mélanges consiste à nourrir les animaux par un aliment différent à chaque jour obtenu en mélangeant des pré-mélanges.

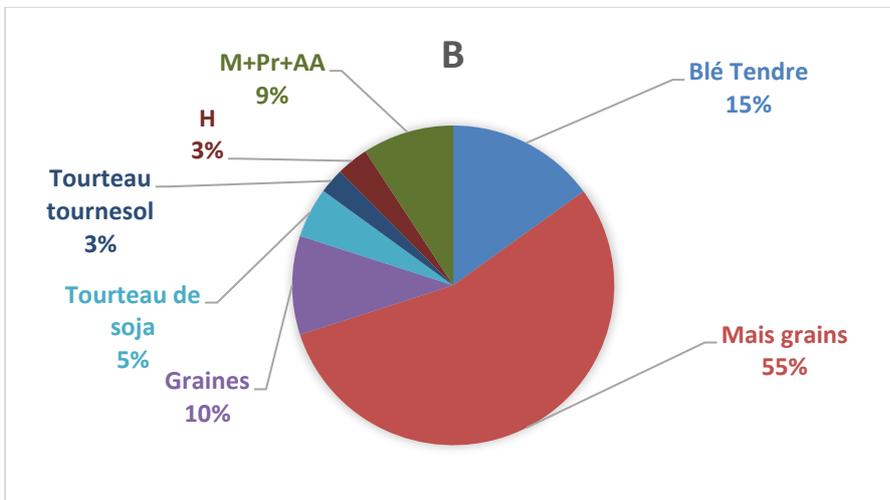
11-2-1 Formulation avec 2 pré-mélanges

Une solution proposée et étudiée est l'alimentation en utilisant une formulation avec 2 pré-mélanges qui permet de fabriquer 2 pré-mélanges qui ne sont pas forcément complets (ils ne répondent pas aux besoins des animaux) pour tous les jours, mais qui, combinés ensemble en différentes proportions sont complets pour tous les jours.

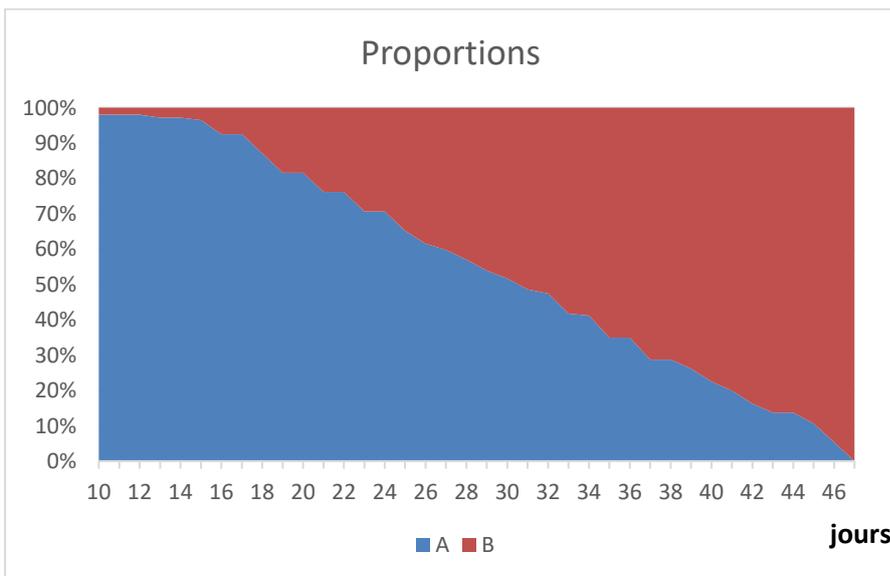
11-2-1-1 Composition en matières premières et nutriments



(a)



(b)



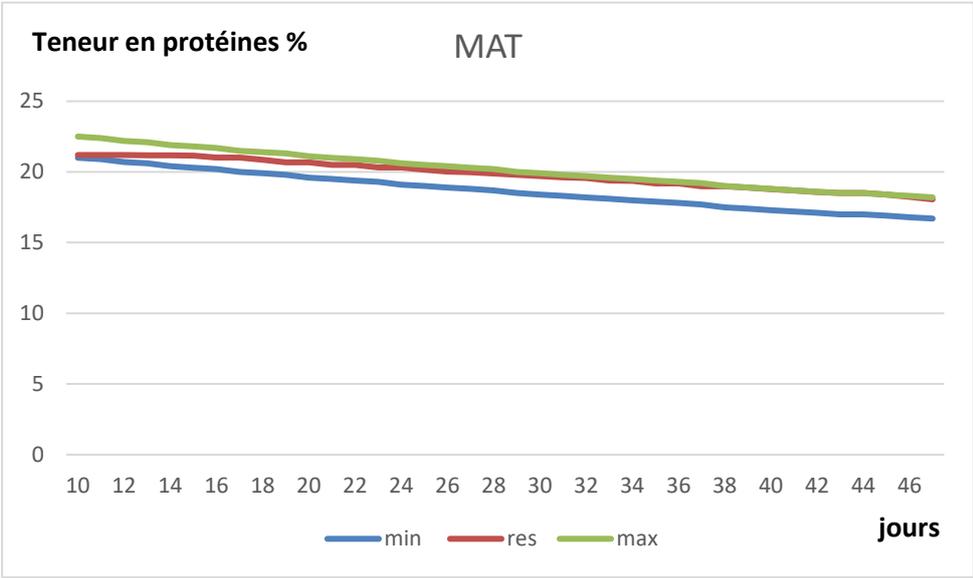
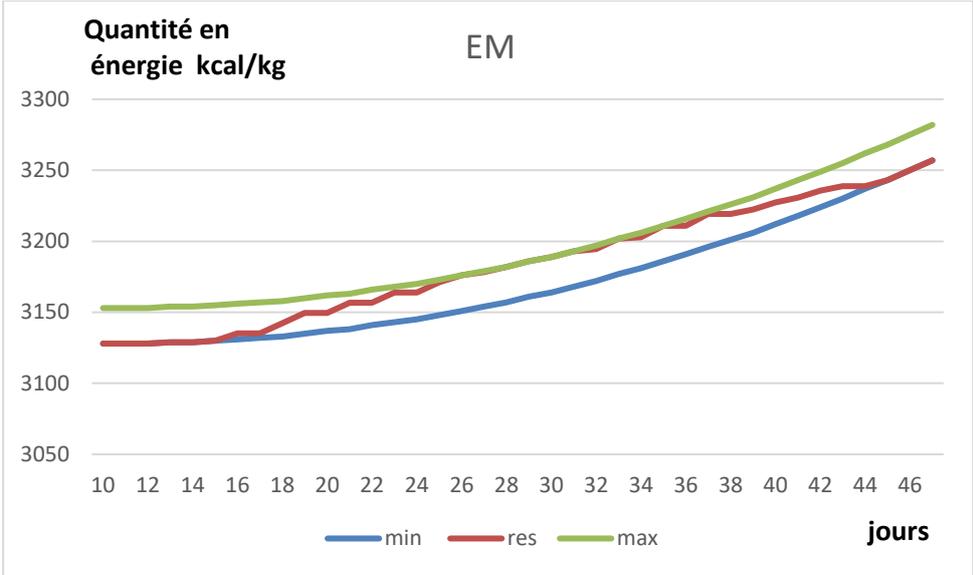
(c)

FIGURE 8 Composition en matières premières des 2 pré-mélanges A et B ((a),(b)) et les proportions journaliers à utiliser de chacun (c) pendant la période d'élevage considérée

Le pré-mélange A contenant une quantité importante de tourteaux et graines peut être vu comme un pré-mélange protéique, par ailleurs le pré-mélange B, et en comparaison avec A, une diminution des matières premières tourteaux et graines est constatée avec une forte présence de la matière première maïs grains, ceci implique que le pré-mélange B est plus énergétique (**Figure 8 (a) et (b)**).

De plus, en prenant en compte les proportions à utiliser chaque jour de chacun des 2 pré-mélanges, cette solution semble correcte puisque au début l'aliment à distribuer aux poulets de chair est constitué presque uniquement du pré-mélange A qui est protéique et avec le temps la proportion du pré-mélange B augmente dans l'aliment jusqu'aux derniers jours où l'aliment est constitué quasiment uniquement du pré-mélange B qui est plus énergétique, ce qui coïncide bien avec l'évolution des besoins des poulets de chair pendant leur période d'élevage (**Figure 8 (c)**).

Dans la **figure 9**, l'évolution des principaux nutriments (énergie, protéines, lysine et méthionine) pendant la période d'élevage en utilisant une alimentation avec 2 pré-mélanges est présentée :



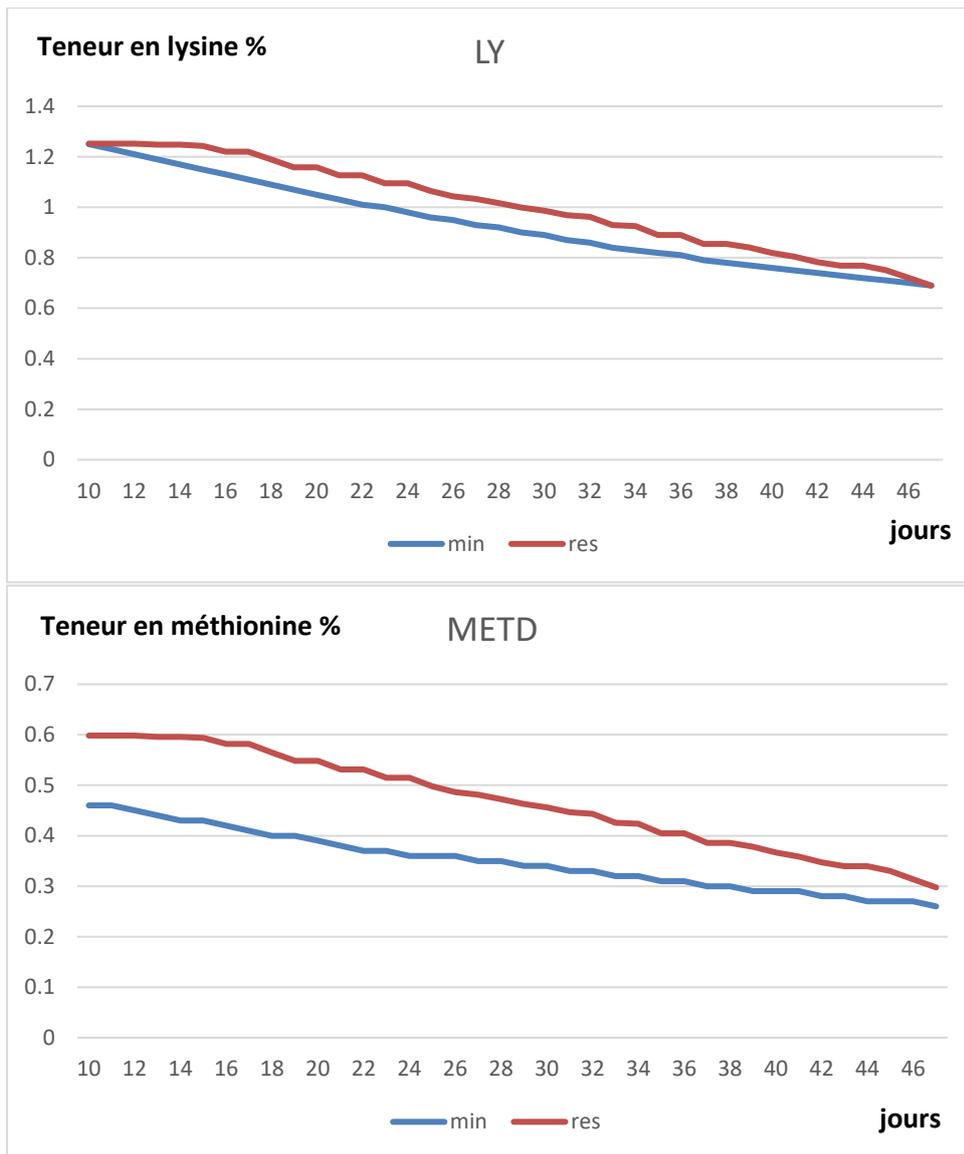


FIGURE 9 Evolution des nutriments pendant la période d'élevage en utilisant une alimentation avec 2 pré-mélanges

Toutes les contraintes sont respectées, cependant, aucun des nutriments n'est sur le minimum pendant toute la période d'élevage, ce qui signifie que cette solution sera coûteuse puisque les nutriments (énergie et protéines) coûtent chers. Elle aura également des conséquences sur la consommation ainsi que le rejet d'azote (**N**) vu la quantité de protéines consommée par les animaux (**Figure 9**).

TABLEAU 8 Coût de l'alimentation et (P) et (N) ingérés, retenus et excrétés par poulet pour une alimentation avec 2 pré-mélanges

| Problèmes résolus | Nombre de phases considérées | Coût d'alimentation (€/poulet) | P ingéré (g) | P retenu (g) | P excrété (g) | N ingéré (g) | N retenu (g) | N excrété (g) |
|-------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|---------------|
| PFS_P(3) | 3 | 1.72 | 35.2 | 14.1 | 21 | 171.6 | 95.8 | 75.7 |
| PFS_2P | 10 | 1.91 | 32.5 | 14.1 | 18.5 | 174.5 | 95.8 | 78.7 |
| PFS_P(38) | 38 | 1.60 | 33.9 | 14.1 | 19.8 | 163.2 | 95.8 | 67.4 |

Avec cette stratégie, le coût alimentaire a augmenté de **11.1%**. La consommation d'azote (**N**) et donc du rejet d'azote ont augmentés respectivement de **1.7%** et **3.9%**, contrairement à la consommation de phosphore (**P**) et donc du rejet de phosphore qui quant à eux ont baissés respectivement de **7.7%** et **11.9%** (Tableau 8).

Remarque

Les résultats de cette stratégie n'ont pas été satisfaisants même si la solution trouvée était un optimum local puisqu'aucun des nutriments notamment (énergie et protéines) n'est sur le minimum (Figure 9). Ceci explique l'augmentation du coût alimentaire par rapport à la stratégie actuellement utilisée en élevage en plus de la consommation ainsi que le rejet de l'azote (**N**).

Après avoir analysé tous les résultats de cette stratégie, une forte participation de la matière première **thréonine** dans le pré-mélange B est constatée (**7.5 %**), ce qui implique que la proportion de la thréonine est de plus en plus importante dans l'aliment à distribuer aux animaux pendant leur période d'élevage (Figure 10). Or en temps normal, l'ordre de grandeur de l'utilisation de la **thréonine** est aux alentours de **0.3%**, et donc, ici avec **7.5%** la situation est aberrante d'autant que la thréonine coûte chère au niveau du prix.

Cette dernière apporte une bonne quantité d'énergie et de protéines, ce qui explique le fait que les résultats obtenus (Figure 9) surpassent le minimum, d'où l'augmentation qui a touché le coût alimentaire et la consommation et donc le rejet de l'azote (**N**) par rapport à la stratégie à 3 phases.

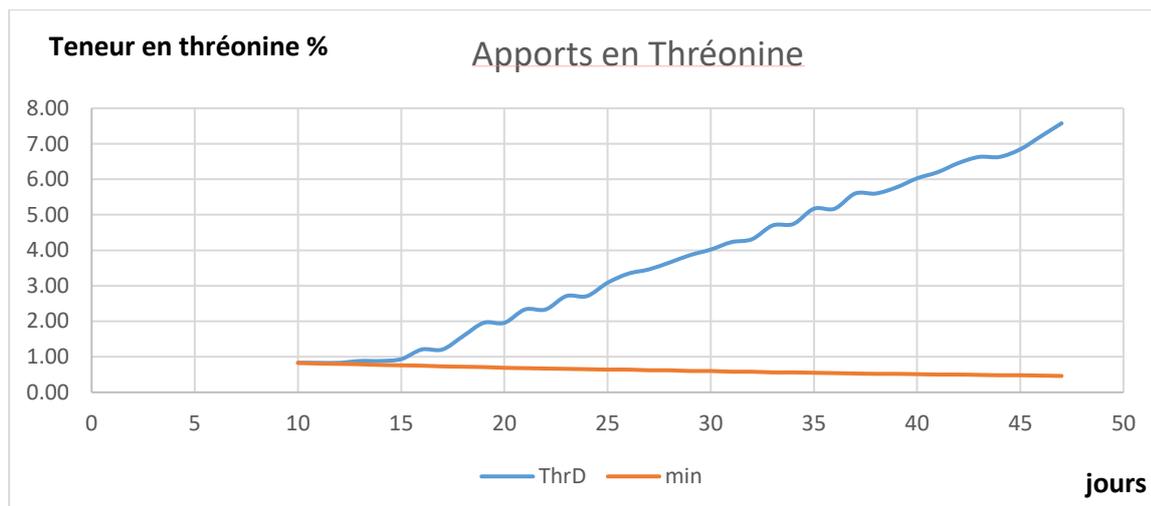


FIGURE 10 Evolution du nutriment thréonine en utilisant une alimentation avec 2 pré-mélanges

Pour essayer de comprendre cette situation, deux choses ont été testées :

- 1- Augmentation du prix de la matière première thréonine.
- 2- Suppression de la matière première thréonine de l'ensemble des matières premières utilisées pour la formulation.

Dans le premier cas, un minimum local a été trouvé avec la présence toujours de **7%** de **thréonine** dans un des 2 pré-mélanges. Cependant dans le deuxième cas, une présence inattendue (**5%**) dans un des 2 pré-mélanges cette fois ci de la matière première **DL-méthionine** qui apporte aussi une bonne quantité d'énergie ainsi que de protéines et coûte plus cher que la thréonine avec une augmentation aussi de maïs grains qui contient principalement de l'énergie, dans les 2 pré-mélanges.

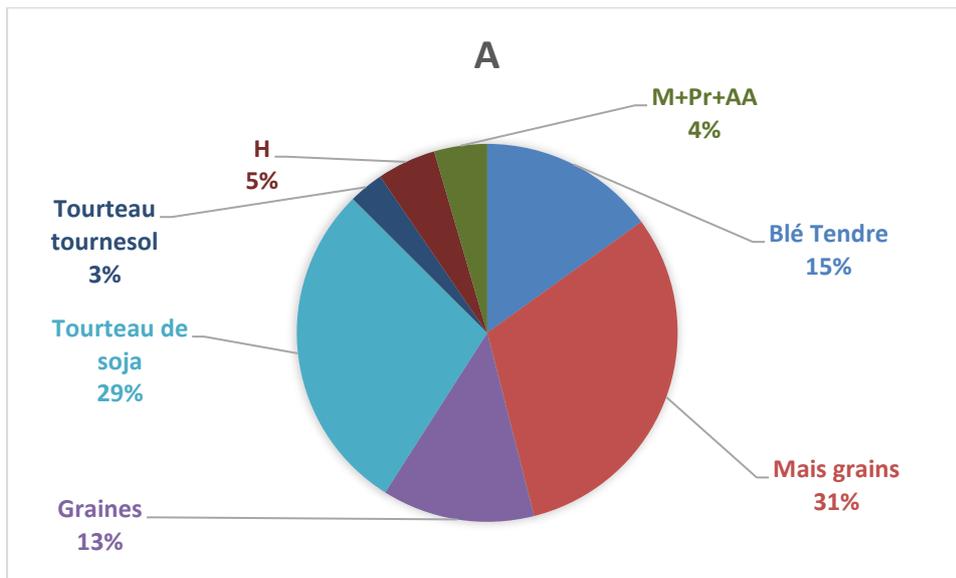
Deux explications ont été retenues : la première est que comme les besoins en énergie sont sur le minimum aux derniers jours (**Figure 9**) alors il a fallu inclure la thréonine qui a le meilleur rapport entre le prix et les apports nutritionnels (énergie, protéines), tout en respectant toutes les contraintes, afin d'accomplir les besoins des poulets de chair. Une autre lecture du problème est que le solveur arrive à trouver une solution optimale avec 93 % des matières premières et donc pour vérifier la contrainte "somme des matières premières égale à 100%" et en respectant toutes les autres contraintes du modèle de la formulation avec 2 pré-mélanges il est obligé d'inclure la thréonine ce qui conduit à des conséquences négatives sur le coût alimentaire et la consommation ainsi que le rejet d'azote (**N**) en comparaison avec la stratégie témoin.

Notez bien que pour ces raisons, cette stratégie n'a pas été retenue comme alternative à la stratégie témoin actuellement utilisée en élevage. Les contraintes de formulation seront revues ultérieurement afin de s'affranchir du problème et l'ensemble des stratégies devra donc être reformulé afin de les comparer sur la base du même nouveau jeu de contraintes.

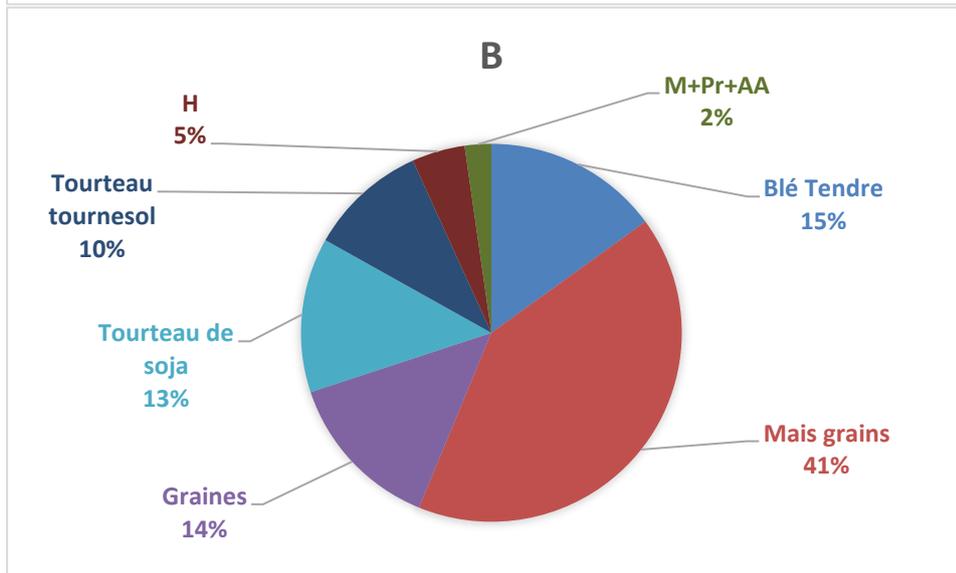
11-2-2 Formulation avec 4 pré-mélanges

Cette solution proposée consiste à mélanger 2 pré-mélanges par phase à proportions journalières différentes afin d'avoir un aliment journalier complet, avec la présence d'un pré-mélange commun pour 2 phases successives.

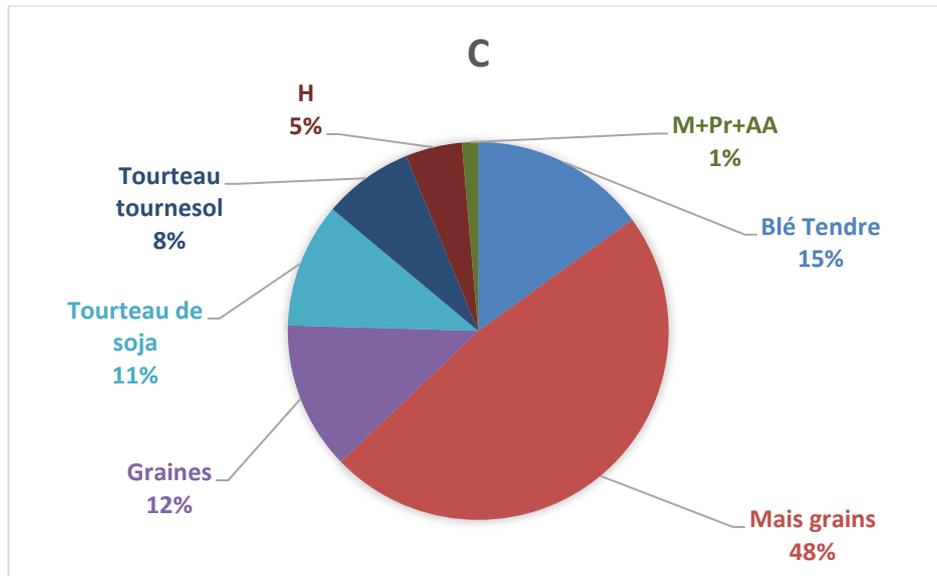
11-2-2-1 Composition en matières premières et nutriments



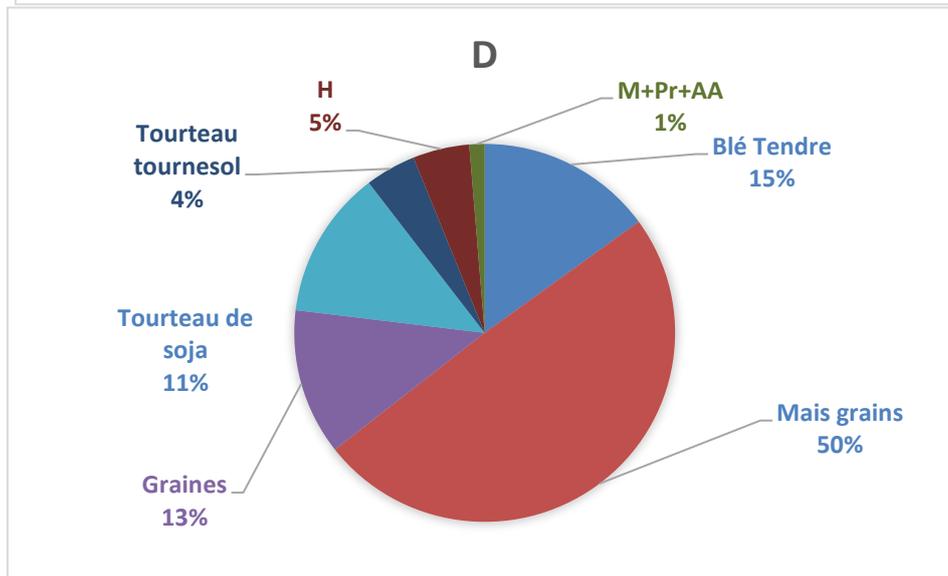
(a)



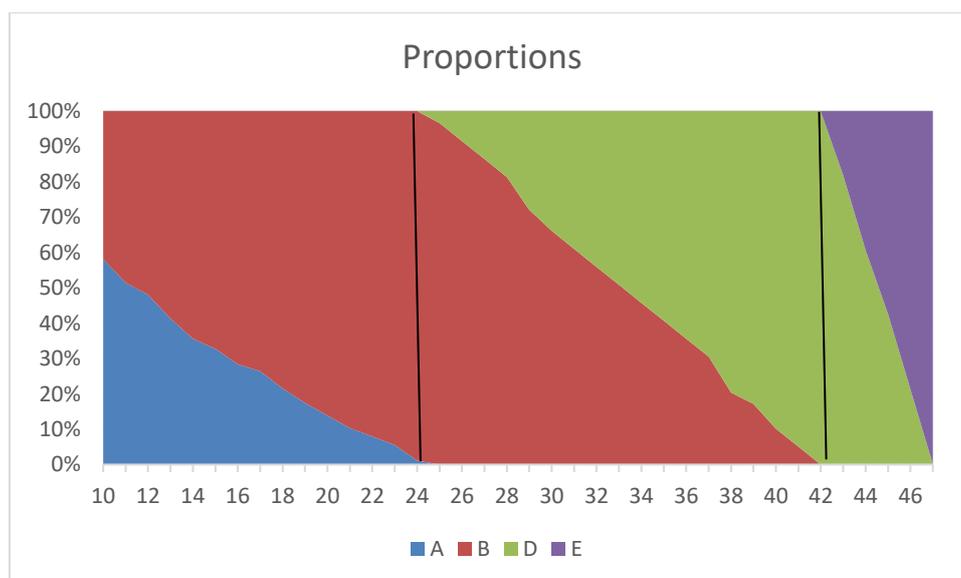
(b)



(c)



(d)



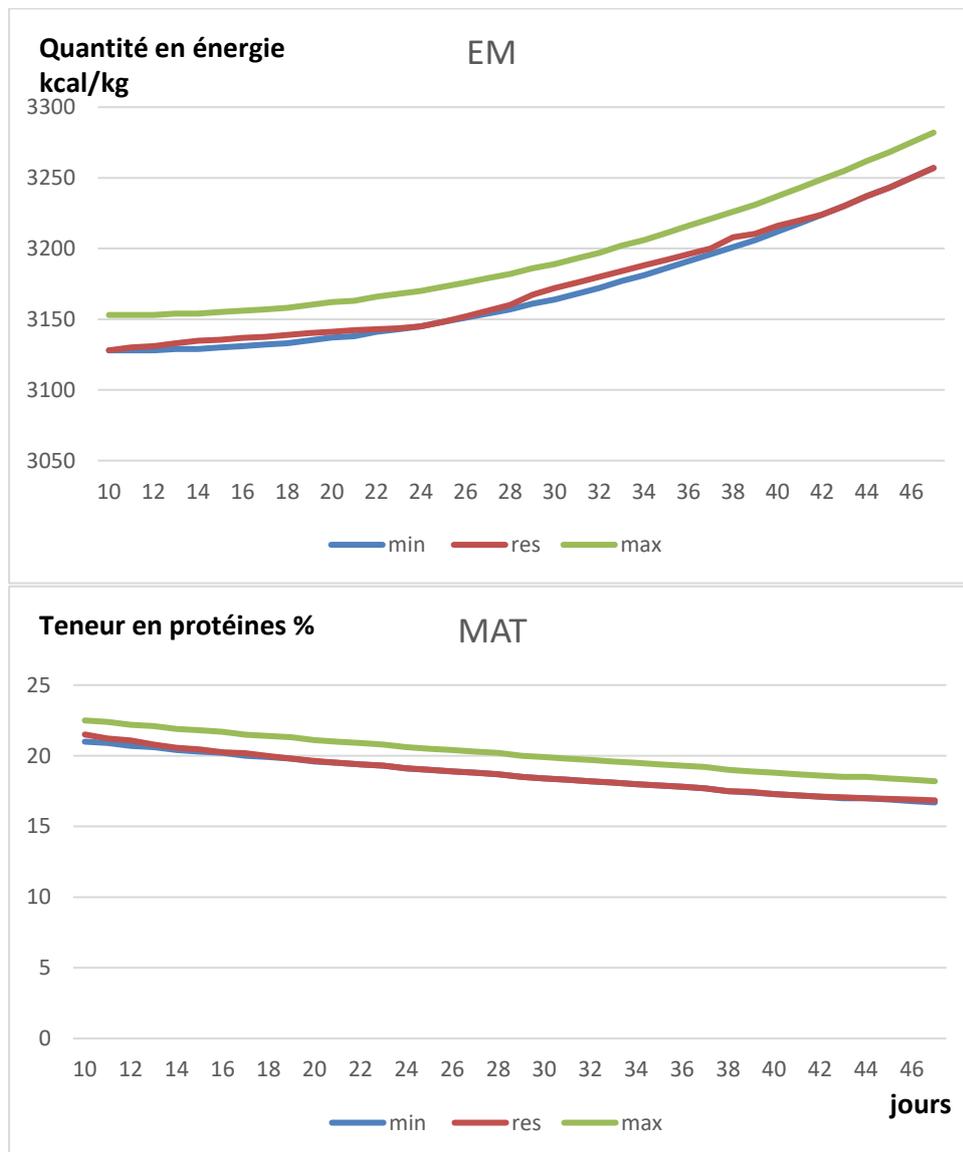
(e)

jours

FIGURE 11 Composition en matières premières des aliments (a,b,c,d) en utilisant une alimentation avec 4 pré-mélanges et les proportions (e) à utiliser chaque jour de chacun des pré-mélanges

Du pré-mélange A au pré-mélange D, une augmentation principalement de la matière première maïs grains ainsi qu'une diminution de la matière première tourteau de soja sont constatées. En prenant en compte les proportions à utiliser chaque jour de chacun des pré-mélanges, les aliments apparaissent de plus en plus énergétiques et de moins en moins protéiques et donc a priori ils correspondent bien aux évolutions des besoins des poulets de chair (**Figure 11**).

L'évolution des principaux nutriments pendant la période d'élevage chez les poulets de chair en utilisant cette dernière stratégie alimentaire est présentée dans la **Figure 12** suivante :



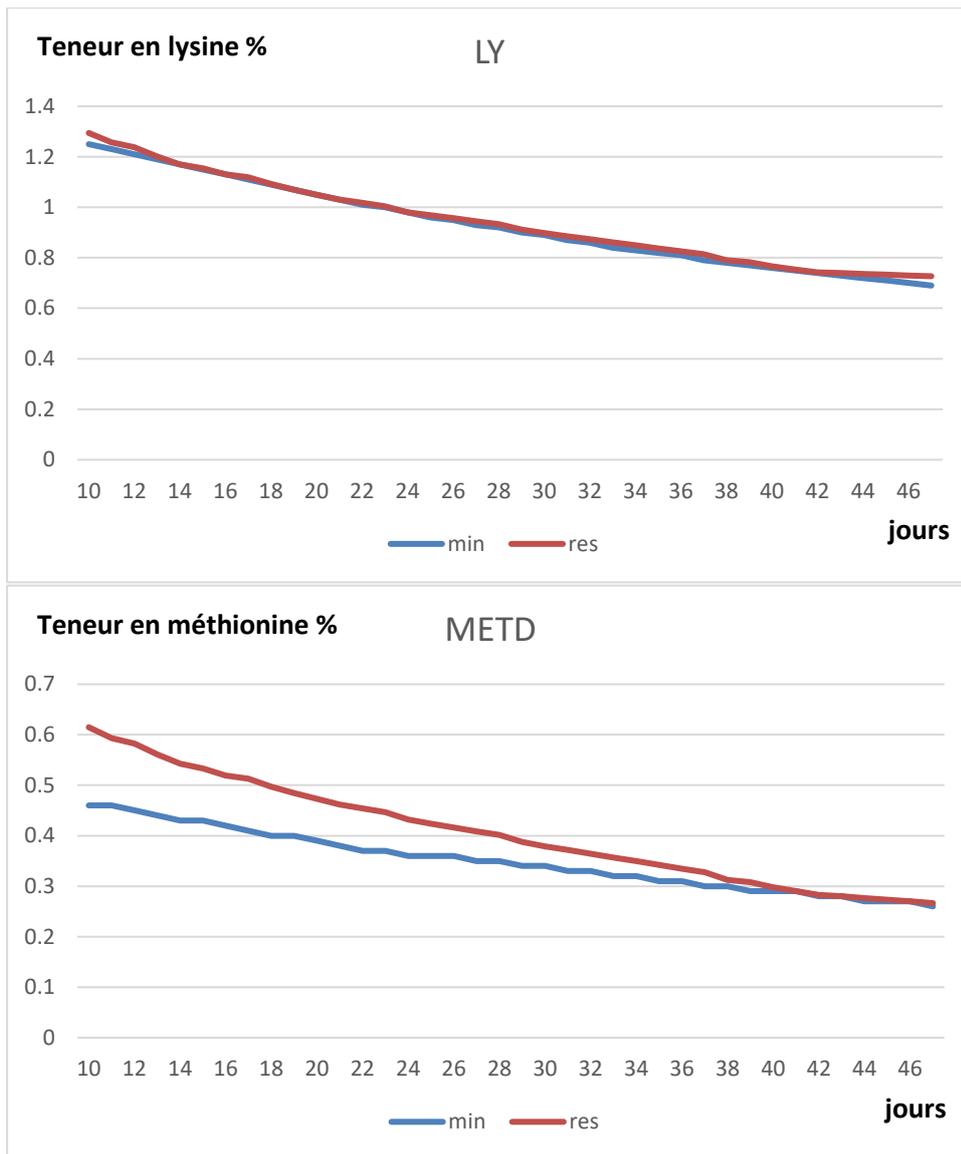


FIGURE 12 Evolution des nutriments pendant la période d'élevage en utilisant une alimentation avec 4 pré-mélanges

En plus des contraintes qui sont respectées, les nutriments épousent généralement le minimum (**Figure 12**), ce qui est un bon signe pour la diminution du coût alimentaire comme les consommations et rejets de phosphore (**P**) et d'azote (**N**). Ceci va être vérifié dans la partie suivante.

11-2-2-2 Coût alimentaire et impacts environnementaux

TABLEAU 9 Coût de l'alimentation et (P) et (N) ingérés, retenus et excrétés par poulet pour une alimentation avec 4 pré-mélanges

| Problèmes résolus | Nombre de phases considérées | Coût d'alimentation (€/poulet) | P ingéré (g) | P retenu (g) | P excrété (g) | N ingéré (g) | N retenu (g) | N excrété (g) |
|-------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|---------------|
| PFS_P(3) | 3 | 1.72 | 35.2 | 14.1 | 21 | 171.6 | 95.8 | 75.7 |
| PFS_4P | 38 | 1.61 | 34.2 | 14.1 | 20.1 | 163.3 | 95.8 | 67.5 |
| PFS_P(38) | 38 | 1.60 | 33.9 | 14.1 | 19.8 | 163.2 | 95.8 | 67.4 |

Avec cette stratégie, le coût alimentaire pourrait être diminué de **6.4%**. La consommation d'azote (**N**) et donc du rejet d'azote pourraient être diminués respectivement de **4.8%** et **10.8%**. La consommation de phosphore (**P**) et donc du rejet de phosphore pourraient être baissés respectivement de **2.8%** et **4.3%** (**Tableau 9**).

11-3 Comparaison des différentes stratégies alimentaires

L'évolution des nutriments énergie et protéines pendant la période d'élevage des poulets de chair en utilisant les stratégies : témoin, 2 pré-mélanges et 4 pré-mélanges est présentée (**Figure 13**). Les résultats sont similaires pour les autres nutriments.

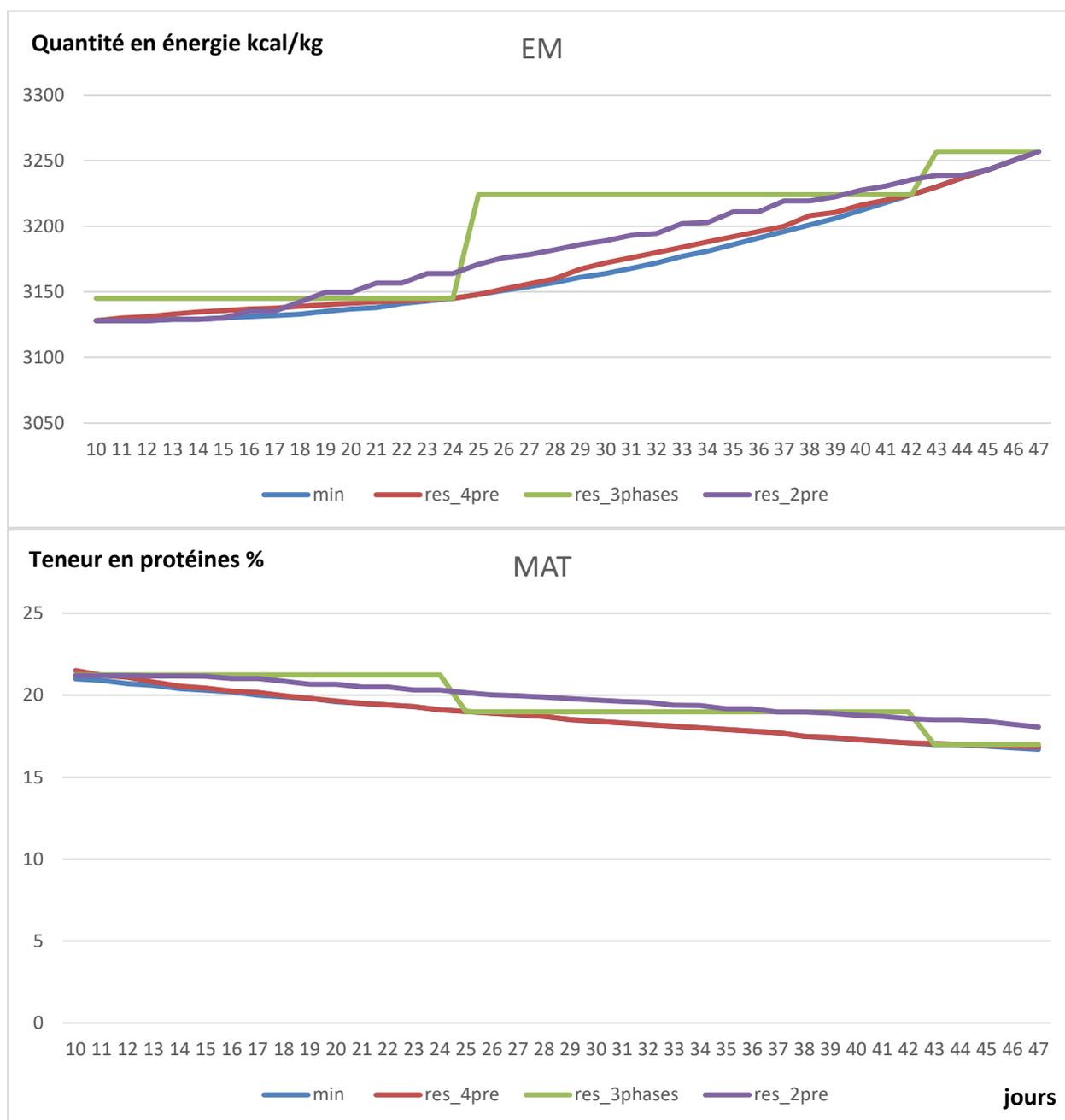
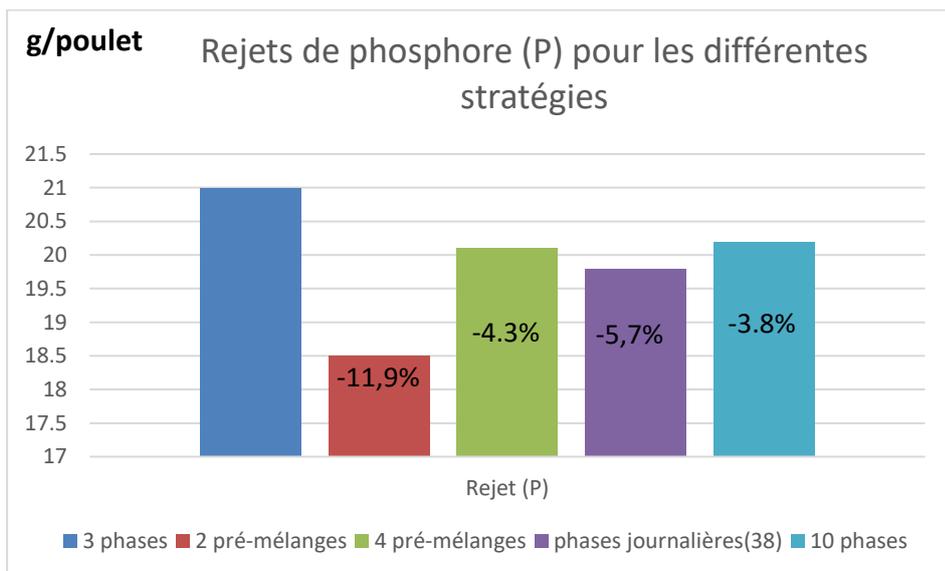
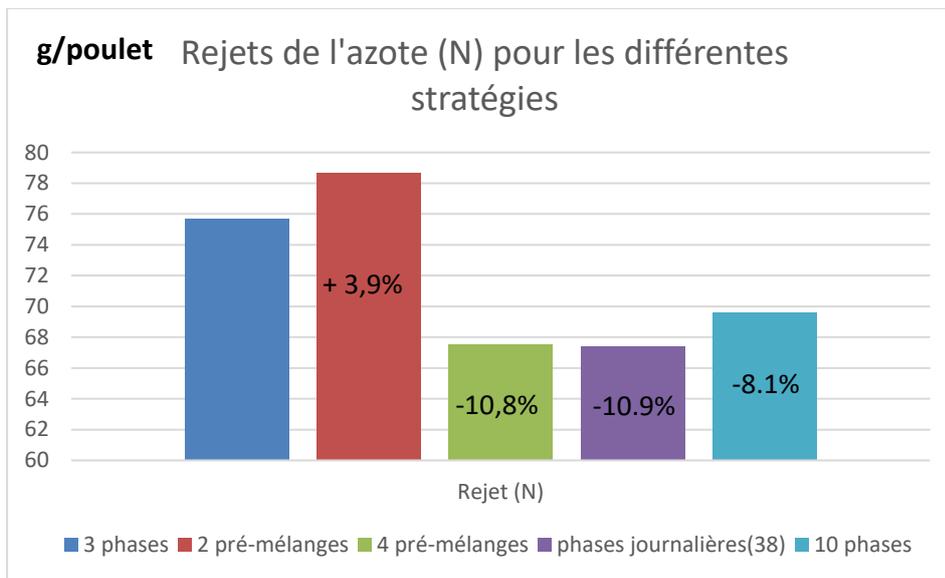


FIGURE 13 Evolution des nutriments énergie et protéines en utilisant une alimentation à 3 phases, avec 2 pré-mélanges et avec 4 pré-mélanges

Il est clair que parmi ces 3 stratégies, celle qui permet d'ajuster mieux les apports en énergie comme en protéines par rapport aux besoins des poulets de chair pendant la période d'élevage considérée est celle avec 4 pré-mélanges.

Ceci se confirme en analysant le coût alimentaire ainsi que la consommation et les rejets de phosphore (**P**) et d'azote (**N**). En effet, la meilleure stratégie permettant de diminuer le plus le coût alimentaire ainsi que la consommation et les rejets de phosphore (**P**) et d'azote (**N**) par rapport à la stratégie actuelle celle à 3 phases est la stratégie utilisant 4 pré-mélanges (**Figure 14**).

De plus, en comparant la stratégie utilisant 4 pré-mélanges avec la meilleure stratégie possible celle à phases journalières inapplicable dans le terrain, on constate qu'elle est presque aussi performante que cette dernière et avec seulement 4 pré-mélanges au lieu de 38 aliments. En effet, le coût alimentaire de la stratégie avec 4 pré-mélanges est de **1.61 (€/poulet)** contre **1.60** pour la meilleure stratégie possible. De même pour les rejets d'azote (**N**) et de phosphore (**P**) qui sont respectivement de **67.5** et **20.1 (g/poulet)** contre **67.4** et **19.8** pour la stratégie à phases journalières (**Figure 14**).



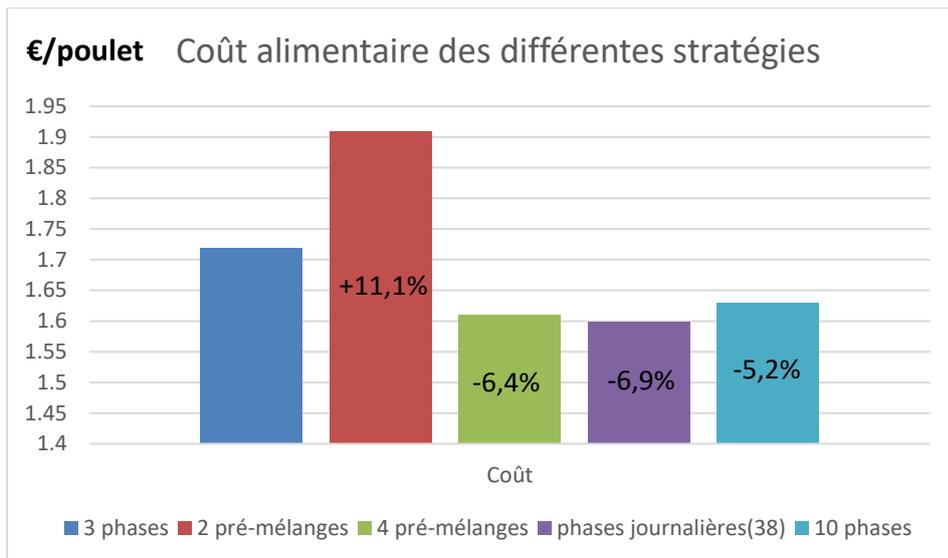


FIGURE 14 Comparaison des coûts alimentaires et des rejets de phosphore (P) et d'azote (N) pour les différentes stratégies étudiées

Conclusion

Actuellement, en élevage des poulets de chair, c'est l'alimentation à 3 phases qui est utilisée. Cette dernière consiste à fournir aux animaux un aliment par phase. Comme les besoins des animaux changent quotidiennement, les nutriments sont apportés en excès la plupart du temps. La solution optimale pour réduire le coût alimentaire et les rejets de phosphore (**P**) et d'azote (**N**) serait d'alimenter les animaux à phases journalières avec des aliments journaliers à moindre coût différents chaque jour. Or, cela n'est pas réalisable en pratique pour des raisons de logistique et d'entreposage. Deux stratégies alimentaires alternatives ont été proposées et étudiées, l'alimentation avec 2 pré-mélanges qui consiste à fabriquer 2 pré-mélanges et distribuer aux animaux un aliment par jour obtenu en mélangeant les 2 pré-mélanges à proportions journalières différentes. A ce stade, nous ne sommes pas parvenus à un résultat satisfaisant pour cette stratégie qui n'a donc pas été retenue. Cependant l'alimentation avec 4 pré-mélanges a été retenue, et semble une stratégie prometteuse, cette dernière permet de nourrir les animaux avec un mélange à proportions journalières différentes de 2 pré-mélanges par phase, avec la présence d'un pré-mélange commun pour 2 phases successives. Elle pourrait diminuer le coût alimentaire de **6.4 %** par rapport à la stratégie actuelle. Les rejets de phosphore (**P**) et d'azote (**N**) pourraient être diminués aussi respectivement de **4.3%** et **10.8 %**. Ces économies, sur les plans économique et environnemental, sont considérables compte tenu des volumes de production des filières poulets de chair en France.

Une suite à donner à ce travail serait de mettre en place les outils nécessaires en élevage (peseuse mélangeuse, etc) pour tester cette stratégie en pratique et valider son intérêt économique et environnemental en conditions réelles. Une autre idée est d'essayer de minimiser à la fois le coût alimentaire et les rejets de phosphore et d'azote et donc de leur consommation, ceci conduira à une modélisation d'un problème de formulation multicritère qui emmènera à un problème d'optimisation multiobjectif.

Bibliographie

G.B. DANTZIG : Linear Programming and extensions. Princeton University Press, 1963.

G.B DANTZIG : The diet problem, 1990.

R.Fourer et al, 2002, AMPL : A modeling language for mathematical programming.

Artelys Knitro User's Manuel, site internet consulté depuis le 24/04/2017,
https://www.artelys.com/tools/knitro_doc/3_referenceManual/knitroamplReference.html.

F.Morinière, ITAB : Généralités sur la conduite de l'alimentation chez les volailles.

L.Montminy et al, 2005, *Impact de la méthode de formulation et du nombre de phases d'alimentation sur le coût d'alimentation et les rejets d'azote et de phosphore chez le porc charcutier.*

I.Andretta et L.Hauschild et al., 2015, *Impact de l'alimentation de précision sur le comportement alimentaire du porc charcutier.*

E.Joannopoulos et al, 2016, *Optimisation des coûts d'alimentation et des rejets chez le porc charcutier.*

C.Pomar et al, 2009, *Effet de l'alimentation de précision sur les performances, l'excrétion de nutriments et le coût d'alimentation du porc charcutier.*

Tables INRA-AFZ 2002, *Tables de composition et de valeur nutritive des matières premières destinées aux animaux d'élevage*,
<https://www.zootechne.fr/ingenierie-etudes/tables-inra-afz-2002-2004.html>.

Annexe 1

TABEAU 10 Composition en nutriments des matières premières

| Caractéristiques des matières premières | <i>E.M (kca/kg)</i> | <i>M.A.T (%)</i> | <i>P.H.D (%)</i> | <i>Calcium (%)</i> | <i>Lysine (%)</i> | <i>Matière grasse (%)</i> | <i>Chlore (%)</i> | <i>Sodium (%)</i> | <i>Méthionine (%)</i> | <i>T.SAA_d (%)</i> | <i>Thréonine (%)</i> | <i>Tryptophane (%)</i> | <i>Valine (%)</i> | <i>ARG_d (%)</i> |
|--|---------------------|------------------|------------------|--------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|-----------------------|------------------------------|----------------------|------------------------|-------------------|----------------------------|
| Blé Tendre | 2880 | 10,50 | 0,19 | 0,07 | 0,26 | 1,50 | 0,09 | 0,01 | 0,15 | 0,39 | 0,27 | 0,11 | 0,41 | 0,46 |
| Mais grains | 3130 | 8,10 | 0,06 | 0,04 | 0,21 | 3,70 | 0,05 | 0,00 | 0,16 | 0,35 | 0,26 | 0,04 | 0,38 | 0,36 |
| Son de blé tendre | 1600 | 14,80 | 0,60 | 0,14 | 0,43 | 3,40 | 0,09 | 0,01 | 0,17 | 0,41 | 0,35 | 0,14 | 0,50 | 0,76 |
| Drêche de distillerie de blé (amidon > 7%) | 2330 | 28,90 | 0,20 | 0,19 | 0,38 | 5,50 | 0,38 | 0,14 | 0,38 | 0,80 | 0,72 | 0,28 | 1,08 | 1,05 |
| Corn gluten feed | 1800 | 19,30 | 0,23 | 0,16 | 0,41 | 2,70 | 0,20 | 0,23 | 0,28 | 0,52 | 0,49 | 0,08 | 0,73 | 0,78 |
| Gluten60 | 3550 | 60,60 | 0,12 | 0,07 | 0,96 | 2,50 | 0,07 | 0,09 | 1,43 | 2,45 | 1,89 | 0,25 | 2,68 | 1,89 |
| Drêche de distillerie de maïs | 2170 | 24,60 | 0,60 | 0,21 | 0,36 | 12,70 | 0,13 | 0,06 | 0,43 | 0,77 | 0,77 | 0,17 | 1,17 | 1,13 |
| Graine de colza | 4170 | 19,10 | 0,10 | 0,47 | 1,04 | 42,00 | 0,09 | 0,02 | 0,36 | 0,71 | 0,73 | 0,18 | 0,85 | 1,05 |
| Graines de soja extrudées | 3350 | 34,80 | 0,11 | 0,31 | 1,90 | 17,90 | 0,04 | 0,08 | 0,45 | 0,88 | 1,19 | 0,34 | 1,43 | 2,43 |
| Tourteau de colza | 1410 | 33,70 | 0,29 | 0,83 | 1,40 | 2,30 | 0,07 | 0,04 | 0,60 | 1,27 | 1,22 | 0,33 | 1,50 | 1,80 |
| Tourteau soja 48 | 2230 | 45,30 | 0,14 | 0,34 | 2,53 | 1,90 | 0,05 | 0,03 | 0,58 | 1,15 | 1,58 | 0,52 | 1,98 | 3,10 |
| Tourteau tournesol non décortiqué (fr) | 1320 | 27,70 | 0,17 | 0,39 | 0,83 | 2,00 | 0,14 | 0,02 | 0,59 | 0,99 | 0,87 | 0,29 | 1,21 | 2,10 |
| Tourteau tournesol décortiqué (hipro) | 1600 | 36,30 | 0,18 | 0,41 | 1,07 | 1,40 | 0,14 | 0,01 | 0,73 | 1,24 | 1,19 | 0,38 | 1,61 | 2,67 |
| Huile de colza | 9000 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 100,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Huile de soja | 9000 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 100,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Carbonate de calcium (<63um) | 0 | 0,00 | 0,00 | 38,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Phosphate bicalcique | 0 | 0,00 | 16,70 | 24,50 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Sel (NaCl) | 0 | 0,00 | 0,00 | 0,30 | 0,00 | 0,00 | 54,50 | 35,40 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Bicarbonate de sodium | 0 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 4,00 | 27,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Lysine | 4058 | 92,00 | 0,00 | 0,00 | 76,80 | 0,00 | 19,29 | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| DL-Méthionine | 4630 | 58,40 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 99,00 | 99,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Thréonine | 3552 | 71,60 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,20 | 0,05 | 0,00 | 0,00 | 98,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| Tryptophane | 5792 | 83,20 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,20 | 0,20 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 98,00 | 0,00 | 0,00 |
| Valine | 5181 | 71,00 | 0,00 | 0,30 | 0,00 | 0,00 | 0,05 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 96,50 | 0,00 |
| Prémix + xylanase + phytase (poulet STD) | 11000 | 0,00 | 22,00 | 22,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

